

**Lista zadań z równań różniczkowych cząstkowych, 2**  
Rok IV, M-E, semestr zimowy 2004/2005.

Klasyfikacja równań. Równanie ciepła.

1. Jakiego typu są następujące równania:

a)  $u_{xx} - u_{xy} + 2u_y + u_{yy} - 3u_{yx} + 4u = 0$

b)  $9u_{xx} + 6u_{xy} + u_{yy} + u_x = 0$

c)  $u_{xx} + 2u_{xy} - 3u_{yy} + 2u_x + 6u_y = 0$

d)  $y^2u_{xx} + x^2u_{yy} = 0$

e)  $u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} = 0$

f)  $yu_{xx} + u_{yy} = 0$

2. Wyznacz obszary na płaszczyźnie  $xy$  gdzie równanie

$$(1+x)u_{xx} + 2xyu_{xy} - y^2u_{yy} = 0$$

jest eliptyczne, hiperboliczne lub paraboliczne.

Następujące równanie sprowadzić do postaci kanonicznej:

3.  $u_{xx} + 2u_{xy} + 5u_{yy} - 32u = 0$

(Odp. Eliptyczny  $u_{\xi\xi} + u_{\eta\eta} - 8u = 0$ ,  $\xi = y - x$ ,  $\eta = 2x$ )

4.  $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + 9u_x + 9u_y - 9u = 0$

(Odp. Paraboliczny,  $u_{\eta\eta} + 18u_\xi + 9u_\eta - 9u = 0$ ,  $\eta = x$ ,  $\xi = x + y$ )

5.  $2u_{xx} + 3u_{xy} + u_{yy} + 7u_x + 4u_y - 2u = 0$

(Odp. Hiperboliczny,  $u_{\xi\eta} + 3u_\xi - u_\eta + 2u = 0$ ,  $\xi = x + y$ ,  $\eta = 2y - x$ )

5. Jakiego typu jest równanie:

$$u_{xy} - 4u_{xy} + 4u_{yy} = 0.$$

Sprawdzić przez bezpośrednie podstawienie, że funkcja  $u(x,y) = f(y+2x) + xg(y+2x)$  jest rozwiązaniem równania dla dowolnych funkcji  $f$  i  $g$ .