

Rozwiązywanie równań nieliniowych metodą Newtona

Teoria:

Metoda Newtona opiera się na linearyzacji funkcji tj. zastąpieniu funkcji której szukamy funkcją liniową. Wzór na linearyzację w punkcie c przedstawia się następująco:

$$l(x) = f(c) + f'(c)(x - c)$$

Konstruujemy w ten sposób styczną do wykresu funkcji f w punkcie c . Przybliżeniem rozwiązania w tym wypadku jest miejsce zerowania się funkcji liniowej:

$$0 = f(c) + f'(c)(x - c) \Rightarrow x = c - \frac{f(c)}{f'(c)}$$

Aby zastosować ten wzór w algorytmie zmienimy oznaczenia:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (1)$$

Metoda ta jest szybka, ponieważ ma zbieżność kwadratową, niestety nie zawsze się zbiega. Drugą wadą tej metody jest to, że wymaga ona obliczenia wartości pochodnej funkcji f której zera szukamy. Aby ominąć tą przeszkodę stosuje się metodę siecznych.

Skrypt 1:

```
function [f,fp]=fnewton(x)
```

```
f = .25*x^2 - sin(x);
```

```
fp = .5*x - cos(x);
```

Skrypt 2:

```
function y = newton ( f, x0, TOL, Nmax )
```

```
%NEWTON      uzywa metody Newtona do znalezienia zera rownania nieliniowego
%
%      wywołanie funkcji:
%          y = newton ( 'f', x0, TOL, Nmax )
%          newton ( 'f', x0, TOL, Nmax )
%
%      dane wejściowe:
%          f      nazwa pliku m-file definiującego funkcje ktorej zero jest
%                  poszukiwane oraz jej pierwsza pochodna
%          x0     początkowe przybliżenie położenia zera funkcji
%          TOL    dokładność z jaka ma być wyznaczone zero
%          NMax   maksymalna liczba iteracji
%
%      dane wyjściowe:
%          y      przybliżone położenie zera funkcji
%
%      UWAGA:
%          jeżeli NEWTON jest wywołane bez argumentu wyjściowego, to
%          wyświetlany będzie numer iteracji, aktualny przedział poszukiwan
%          oraz przybliżona wartość zera funkcji
%
```

```
for i = 1 : Nmax
    [fold, fpold] = feval(f,x0);
```

Przygotował: Andrzej Kosior

```
dx = fold / fpold;
    x0 = x0 - dx;

if ( nargout == 0 )
    disp ( sprintf ( 'p. Newtona) \t\t %3d \t %.10f ', i, x0 ) )
end

if ( abs(dx) < TOL )
    if ( nargout == 1 )
        y = x0;
    end
    return
end
end

disp('Osiagnieta maksymalna liczba iteracji')
if ( nargout == 1 ) y = x0; end
```

Zadanie:

Wyznacz zero funkcji:

$$y = \frac{x^2}{4} + \sin x$$

w przedziale [1.5, 2.0].

Rozwiązanie w programie MATLAB:

```
clc
newton('fun',2.0,1e-14,50)
y = newton('fun',2.0,1e-14,50)
```