Rozwiązywanie równań nieliniowych metodą bisekcji

Teoria:

Twierdzenie 1 (Darboux) *Funkcja ciągła f w przedziale $[a, b]$ przyjmuje w nim wszystkie wartości zawarte między $f(a)$ i $f(b)$.*

Jeżeli f jest funkcją ciągłą w przedziale $[a, b]$ i jeśli $f(a)f(b) < 0$, a więc f zmienia znak w $[a, b]$ to na podstawie Twierdzenia 1 ta funkcja musi mieć zero w (a, b).
Metoda bisekcji korzysta z tej własności w następujący sposób:

1. Jeżeli $f(a)f(b) < 0$ to obliczamy $c = \frac{a+b}{2}$,
2. Sprawdzamy, czy $f(a)f(c) < 0$, jeśli tak to pod b podstawiamy c, jeśli nie to pod a podstawiamy c. (Może się zdarzyć, że $f(a)f(c) = 0$, wtedy c jest poszukiwanym zerem funkcji f, ale jest to sytuacja bardzo rzadka.)
3. Postępowanie opwtarzamy dla nowego przedziału. Możemy zastosować trzy różne warunki przerwania obliczeń:
   - wykonanie przez program zadanej liczby obliczeń,
   - znalezienie punktu wystarczająco bliskiego zeru $f(c) < \epsilon$,
   - przedział poszukiwań jest wystarczająco mały $(b_n - a_n) < \delta$.

Skrypt 1:

```
function xm = demoBisect(fun,xl,xp,n)
% demoBisect  Znajduje zero funkji używając metody bisekcji
%
% Dane wejsciowe:   xl,xp - lewa i prawa granica obszaru w ktorym
%                           poszukiwany jest pierwiastek,
%                       n - (opcjonalnie) liczba iteracji;
%                           domyslnie:  n = 15.
%
% Dane wyjsciowe:       x - przyblizone polozenie pierwiastka.

if nargin<4, n=15;  end    %  Ustawienie domyslnej liczby iteracji
a = xl;   b = xp;
fa =feval(fun,a)% a - a^(1/3) - 2;      %  Wartosci poczatkowe f(a) i f(b)
fb =feval(fun,b)% b - b^(1/3) - 2;
fprintf('  k       a           xmid          b      f(xmid)\n');

for k=1:n
  xm = a + 0.5*(b-a);      %  Poprawne obliczenie srodka przedzialu
  fm = feval(fun,xm);      %  f(x) w srodku przedzialu
  fprintf('%3d  %12.8f  %12.8f  %12.8f  %12.3e\n',k,a,xm,b,fm);
  if sign(fm)==sign(fa)    %  Zero lezy w przedziale [xm,b], zamiana a
    a = xm;
    fa = fm;
  else                     %  Zero lezy w przedziale [a,xm], zamiana b
    b = xm;
    fb = fm;
  end
end
```

Skrypt 2:

```
function y = fun(x)
% Oblicza wartosci funkcji w zadanym punkcie

y = .25 * x^2 + sin(x);
```

Zadanie:

Wyznacz zero funkcji:

$$y = \frac{x^2}{4} + \sin x$$

w przedziale $[1.5, 2.0]$.

Rozwizanie w programie MATLAB:

```
clc
funkcja = @fun
demoBisect(funkcja,1.5,2.0)
```

Spis używanych komend:

`nargin`	Zwraca liczbę argumentów z którymi wywołana została funkcja.
`feval(fun,x1,..xn)`	Zwraca wartość funkcji określonej wskaźnikiem `fun` w punktach `x1` do `xn`.
`funkcja = @fun`	Tworzy wskaźnik `funkcja` do funkcji `fun`.