
Termodynamika – ćwiczenia

Wstęp teoretyczny do ćwiczeń z przedmiotu
Termodynamika oraz Teoria Maszyn Ciepłych

SPIS TREŚCI

Spis Treści	2
Literatura do kursu	3
Podręczniki	3
Zbiory zadań	3
1. Powietrze wilgotne	4
1.1. Wielkości charakteryzujące powietrze wilgotne	4
1.2. Wykres i - X	6
1.3. Przemiany powietrza wilgotnego	8
2. Spalanie	13
2.1. Spalanie	13
2.2. Paliwa	13
2.3. Zapotrzebowanie powietrza do spalania	14
2.4. Skład spalin	14
2.5. Teoretyczny udział CO_2 w spalinach	15
3. Przepływ Gazów	16
3.1. Równanie ciągłości	16
3.2. Równanie Energii	16
3.3. Równanie adiabaty	17
3.4. Przepływ przez Dysze	17
3.5. Parametry spiętrzenia	19
3.6. Wyprowadzenie wzoru na prędkość wylotową z dyszy	20
4. Sprężarki	21
4.1. Sprężarka tłokowa	21
4.2. Wykres indykatorowy	22
4.3. Praca napędowa sprężarki idealnej.	23
4.4. Sprężarka dwustopniowa	24
5. Siłownie Ciepłe	26

Literatura do kursu

PODRĘCZNIKI

Termodynamika, *Pudlik Wiesław*, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2011

http://pbc.gda.pl/Content/4098/pbc_termodynamika.pdf

Termodynamika techniczna, *Szargut Jan*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2011

Termodynamika techniczna, *Wilk Sławomir*, Wydawnictwo Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1999

ZBIORY ZADAŃ

Termodynamika. Zadania i przykłady obliczeniowe, pod red. *Wiesława Pudlika*, Gdańsk 2008

http://pbc.gda.pl/Content/4426/pbc_termodynamika_zadania.pdf

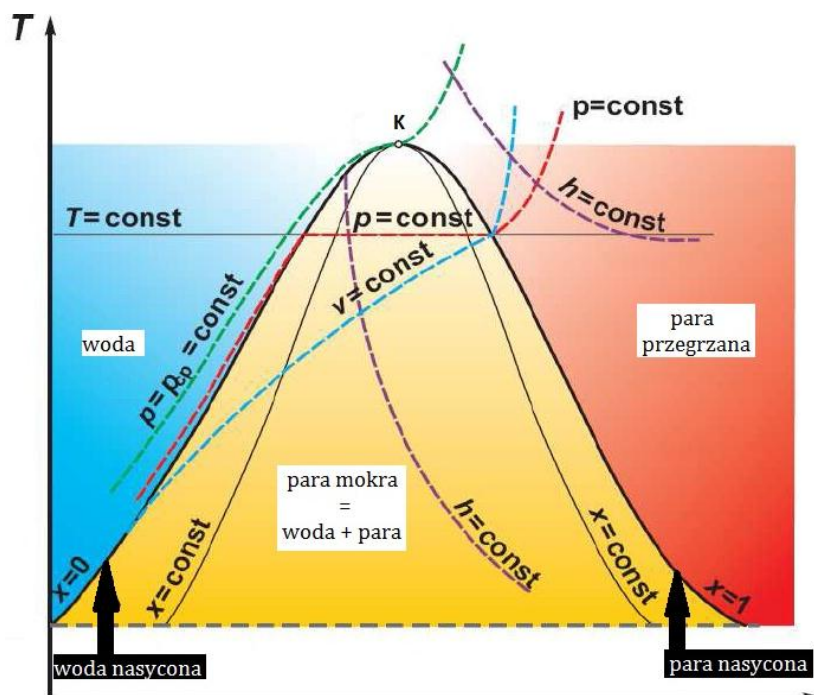
Zadania z termodynamiki technicznej, *Szargut Jan*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2011

1. POWIETRZE WILGOTNE

Powietrze wilgotne jest mieszaniną powietrza suchego i pary wodnej. Mówi się o powietrzu wilgotnym... :

- nienasyconym – gdy para wodna jest przegrzana (czerwony obszar na wykresie T-s dla pary wodnej)
- nasyconym – gdy para wodna jest nasycona (stopień suchości $x=1$)
- przesyconym, albo zamglonym – gdy para wodna jest parą mokrą (żółty obszar na wykresie).

Ilość pary wodnej w powietrzu jest ograniczona i zależy od temperatury mieszaniny (powietrza wilgotnego). Poniżej temperatury nasycenia pary, część pary zaczyna się skraplać, a powietrze wilgotne wchodzi w obszar powietrza zamglonego.



Rys. 1.1 Wykres T-s dla pary wodnej

Wielkości odnoszące się do pary wodnej oznacza się indeksem p – para wodna, te dotyczące powietrza suchego indeksem gs – gaz suchy, a te dotyczące powietrza wilgotnego indeksem gw –gaz wilgotny.

1.1. WIELKOŚCI CHARAKTERYZUJĄCE POWIETRZE WILGOTNE

Ciśnienie gazu wilgotnego

Zgodnie z prawem Daltona, ciśnienie mieszaniny (powietrza wilgotnego) – mierzone fizycznie, jest sumą ciśnień cząstkowych składników tej mieszaniny (powietrze suche, para wodna):

$$p_{gw} = p_{gs} + p_p$$

Wilgotność bezwzględna

Zarówno parę wodną, jak i powietrze traktuje się jak gaz doskonały, zatem spełniają one równanie stanu gazu. Wilgotność bezwzględna to gęstość pary wodnej o ciśnieniu składnikowym p_p i temperaturze powietrza wilgotnego T , którą można wyznaczyć z równania:

$$\rho_p = \frac{m_p}{V} = \frac{p_p}{R_p \cdot T}$$

Wilgotność względna

Wilgotność względna jest stosunkiem wilgotności bezwzględnej do maksymalnej jej wartości (para w stanie nasycenia) dla tej samej temperatury. Po przekształceniach przy wykorzystaniu równania stanu gazu można ją określić również, jako stosunek ciśnienia cząstkowego pary do ciśnienia nasycenia pary w tej samej temperaturze.

$$\varphi = \left(\frac{\rho_p}{\rho_p''} \right)_t = \left(\frac{p_p}{p_n} \right)_t$$

Wartość wilgotności względnej zawiera się od 0 do 1 (lub od 0-100%) i wynosi 1 dla powietrza nasyconego wilgocią. Nie stosuje się do powietrza zamglonego, które jest niejednorodną mieszaniną powietrza nasyconego i wody.

Stopień wilgoci (zawilżenia)

Jest to stosunek ilości (masy) pary wodnej do ilości powietrza suchego, którą podczas większości procesów (oprócz mieszania) traktuje się jako niezmienną.

$$X = \frac{m_p}{m_{gs}} \left[\frac{\text{kg pary wodnej}}{\text{kg pow. such.}} \right]$$

Można ją wyznaczyć ze wzoru:

$$X = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_n}{p_{g.w} - \varphi \cdot p_n}$$

UWAGA!

Jednostką do której odnosi się wszystkie wielkości jest **kg g.s** – kg powietrza suchego, ponieważ podczas większości przemian ilość powietrza suchego nie ulega zmianie !

Ilość powietrza wilgotnego jest większa $(1+X)$ razy od ilość powietrza suchego.

$$m_{gw} = m_{gs} + m_p$$

$$m_{gw} = m_{gs} + X \cdot m_{gs} = m_{gs} \cdot (1 + X)$$

Stała gazowa

Zastępczą stałą gazową powietrza wilgotnego wyznacza się ze wzoru:

$$R_{g.w} = R_p \cdot \frac{0.622 + X}{1 + X}$$

stała gazowa pary wodnej wynosi : $R_p = 461,5 \frac{J}{kgK}$

Entalpia

Na wartość entalpii gazu wilgotnego składa się entalpia powietrza suchego i entalpia pary wodnej. Entalpię właściwą powietrza wilgotnego można obliczyć ze wzoru:

$$i_{1+X} = i_{gs} + X \cdot i_p$$

Dla powietrza nienasyconego i nasyconego entalpie wynosi:

$$i_{1+X} = c_{p_{gs}} \cdot t + X \cdot (r + c_{p_p} \cdot t) \quad \left[\frac{kJ}{kg \ g.s.} \right]$$

Dla powietrza zamglonego dochodzi człon entalpii wykroplonej wody:

$$i_{1+X} = c_{p_{gs}} \cdot t + X'' \cdot (r + c_{p_p} \cdot t) + (X - X'') \cdot c_{p_w} \quad \left[\frac{kJ}{kg \ g.s.} \right]$$

X'' oznacza stopień zawilżenia powietrza nasyconego wilgocią przy temperaturze mieszaniny.

Trzeba zwrócić uwagę, że jednostka entalpii odnosi się do 1 kg gazu suchego, natomiast jej wartość dotyczy entalpii gazu wilgotnego! i_{1+X} jest entalpią (1+X) kg powietrza wilgotnego.

Wartości stałych

$$c_{p_{gs}} = 1,005 \frac{kJ}{kgK} \quad \text{ciepło właściwe powietrza}$$

$$c_{p_p} = 1,86 \frac{kJ}{kgK} \quad \text{ciepło właściwe pary wodnej}$$

$$c_{p_w} = 4,19 \frac{kJ}{kgK} \quad \text{ciepło właściwe wody}$$

$$r = 2501 \frac{kJ}{kg} \quad \text{ciepło parowania wody}$$

$$R_{gs} = 287 \frac{kJ}{kgK} \quad \text{stała gazowa powietrza}$$

$$R_p = 461,5 \frac{J}{kgK} \quad \text{stała gazowa pary wodnej}$$

1.2. WYKRES I-X

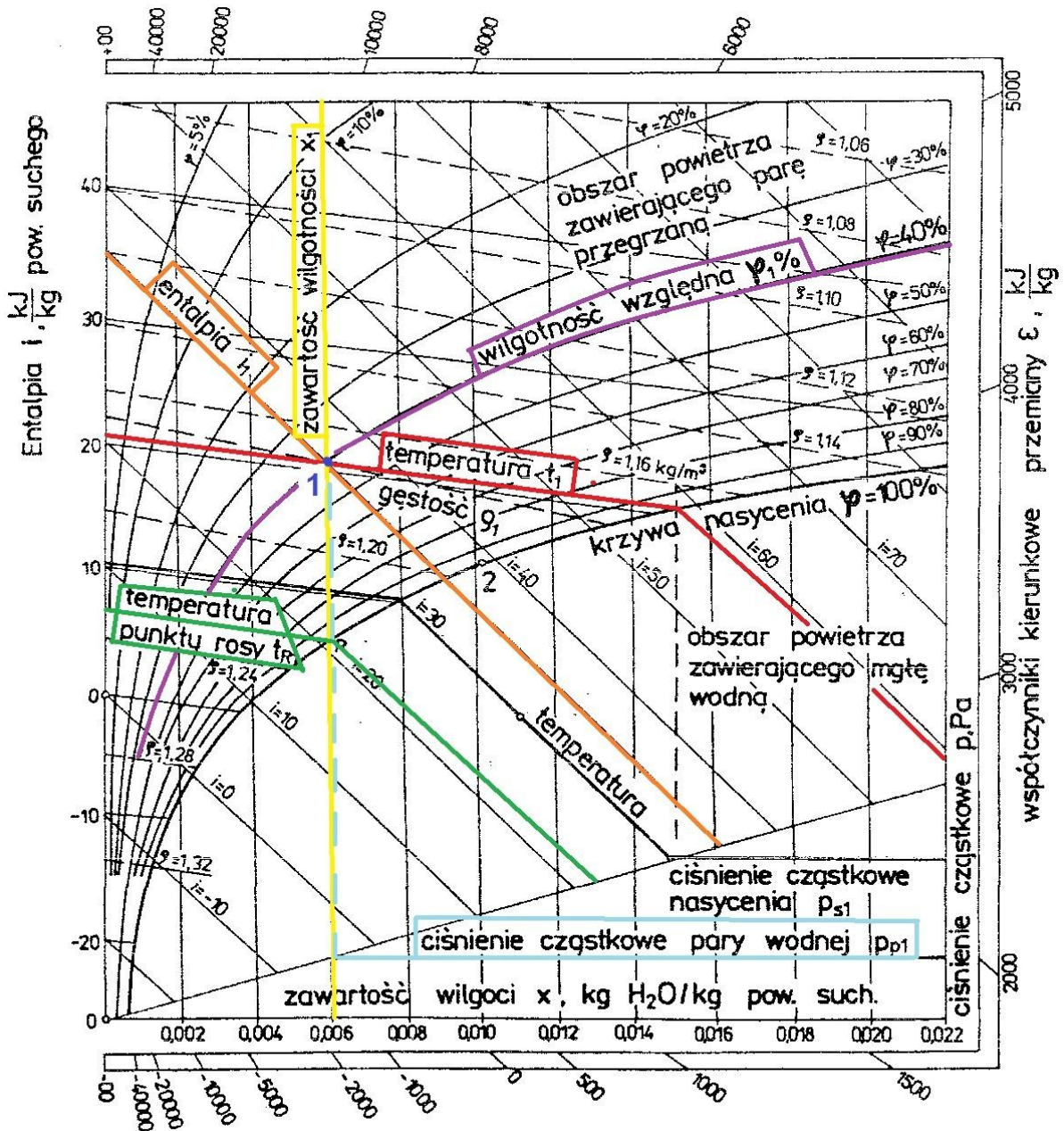
Dla ciśnienia powietrza wilgotnego $p_{gw} = 1bar$, istnieje wykres i-X, zwany wykresem Moliera, przedstawiający podstawowe zależności mieszaniny powietrza wilgotnego. Przy jego wykorzystaniu można nie tylko odnaleźć parametry szukanych punktów rzeczywistych, ale także odzwierciedlić przemiany powietrza wilgotnego. **Warunkiem korzystania z wykresu jest ciśnienie powietrza wilgotnego ok. 1 bara (zazwyczaj panujące w otoczeniu).**

Wykres dzieli się na 3 obszary:

- u góry – obszar powietrza nienasyconego

- po środku - krzywą nasycenia $\varphi = 100\%$ (powietrze nasycone)
- poniżej krzywej – powietrze zamglone

Należy zwrócić uwagę na przebieg izentalp, izoterm, linii stałego stopnia zawilżenia, stałej wilgotności względnej oraz możliwość wyznaczenia bezpośrednio ciśnienia cząstkowego pary. Na rysunku 1.2 zostały pokazane wyżej wymienione parametry dla przykładowego punktu 1.



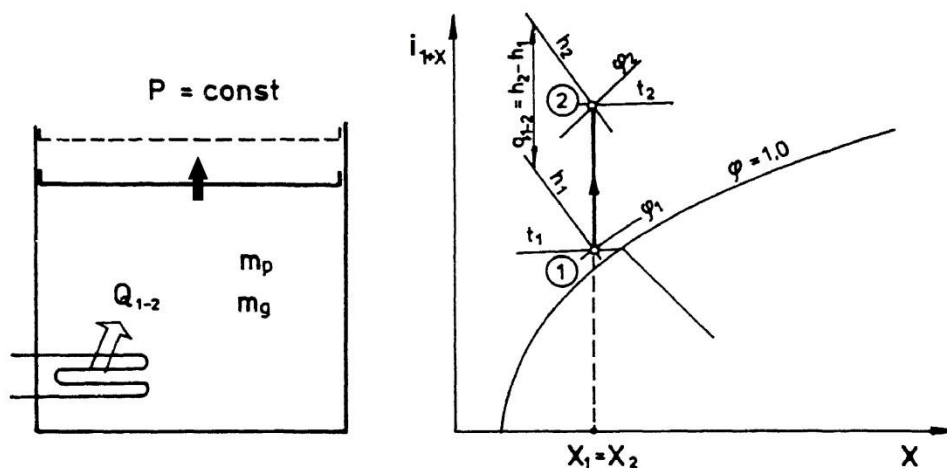
Rys. 1.2 Wykres i- X

1.3. PRZEMIANY POWIETRZA WILGOTNEGO

Większość przemian powietrza wilgotnego zachodzi przy stałym ciśnieniu. Obliczenia przemian izobarycznych można wykonać analitycznie lub przy pomocy wykresu i - X .

Podgrzewanie powietrza przy stałym stopniu zawilżenia, $X = \text{idem}$

Podczas nagrzewania powietrza zawartość wilgoci (a zatem masa pary wodnej) pozostaje stała, natomiast zmniejsza się wilgotność względna (ponieważ zmniejsza się gęstość pary wodnej zawartej w powietrzu).



Rys. 1.3 Schemat podgrzewania powietrza wilgotnego i przemiana nagrzewania na wykresie i - X

Do podgrzewania powietrza dostarcza się ciepło, która oblicza się ze wzoru:

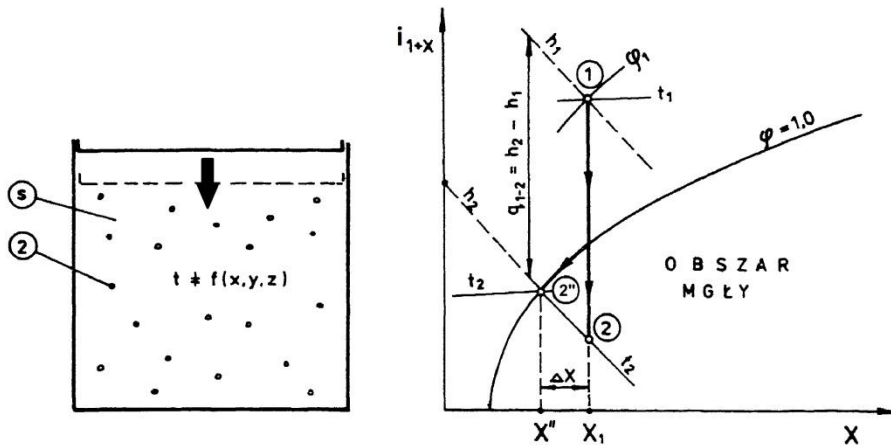
$$Q_{1-2} = m_{gs} \cdot (i_{1+X(2)} - i_{1+X(1)})$$

Ponieważ entalpie odnoszą się do 1 kg gazu suchego, mnoży się je przez masę gazu suchego!

Ochładzanie powietrza przy stałym stopniu zawilżenia, $X = \text{idem}$

Ochładzanie powietrza wilgotnego przebiega odwrotnie jak ogrzewanie. Gdy prosta przemiany przetnie krzywą nasycenia, wilgoć zacznie się wykraplać. Punkt ten nazywa się punktem rosy. Na dalszym odcinku przemiany X dalej pozostaje stały, natomiast masa powietrza wilgotnego rozdziela się na 2 fazy: Powietrze nasycone wilgocią ($\varphi = 100\%$) i wodę. Temperatura całej mieszaniny jest taka sama, dlatego łatwo po izotermie znaleźć punkt 2'' i odczytać zawartość wilgoci X'' pozostałą w powietrzu. Masę wykroplonej wilgoci można obliczyć znając zawartości wilgoci i masę powietrza suchego:

$$m_w = m_{gs} \cdot \Delta X = m_{gs} \cdot (X_1 - X'')$$



Rys. 1.4 Ochladzanie objętościowe i linia przemiany na wykresie i-X

Mieszanie dwóch strumieni powietrza wilgotnego

Aby wyznaczyć parametry powietrza powstałego wskutek zmieszania dwóch mas powietrza wilgotnego, należy znać parametry obydwu tych mas. Dalsze obliczenia wynikają z równań bilansu masy, wilgoci i energii.

Bilans masy:

$$m_{gs1} + m_{gs2} = m_{gsM}$$

Bilans wilgoci:

$$m_{p1} + m_{p2} = m_{pM}$$

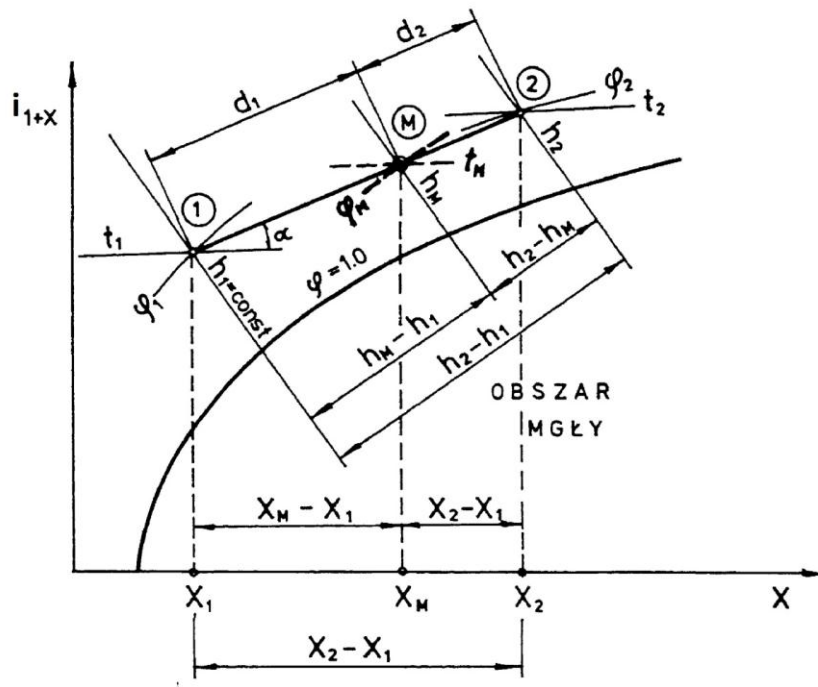
$$m_{gs1} \cdot X_1 + m_{gs2} \cdot X_2 = m_{gsM} \cdot X_3$$

Bilans energii:

$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$m_{gs1} \cdot i_{1+X(1)} + m_{gs2} \cdot i_{1+X(2)} = m_{gsM} \cdot i_{1+X(M)}$$

Z powyższych równań można wyznaczyć stopień zawilżenia, jak i entalpię mieszaniny. Pewnym ułatwieniem jest wykres i-X, przy pomocy którego można wyznaczyć pozostałe parametry mieszaniny znając tylko jeden z nich. Wystarczy wyznaczyć prostą łączącą punkty opisujące 2 mieszane masy powietrza (1,2), a przecięcie izentalpy lub linii stałego stopnia zawilżenia dla mieszaniny z tą prostą określi punkt M opisujący mieszaninę.



Rys. 1.5 Mieszanie dwóch strumieni powietrza wilgotnego na wykresie i - X

Nawilżanie powietrza

Zawartość wilgoci w powietrzu można zmienić poprzez proces nawilżania parą wodną lub wodą. Proces ten jest podobny do mieszania, z tymże zamiast drugiego strumienia powietrza domieszana zostaje para wodna. Należy to uwzględnić w bilansie wilgoci i bilansie energii. Masa gazu suchego podczas nawilżania pozostaje stała, a zawartość wilgoci zwiększa się o wartość ΔX .

Bilans wilgoci:

$$m_{p1} + m_p = m_{p2}$$

$$m_{gs} \cdot X_1 + m_p = m_{gs} \cdot X_2$$

$$m_{gs} \cdot X_1 + m_{gs} \cdot \Delta X = m_{gs} \cdot X_2$$

Bilans energii:

$$I_1 + I_p = I_2$$

$$m_{gs} \cdot i_{1+X(1)} + m_p \cdot i_p = m_{gs} \cdot i_{1+X(2)}$$

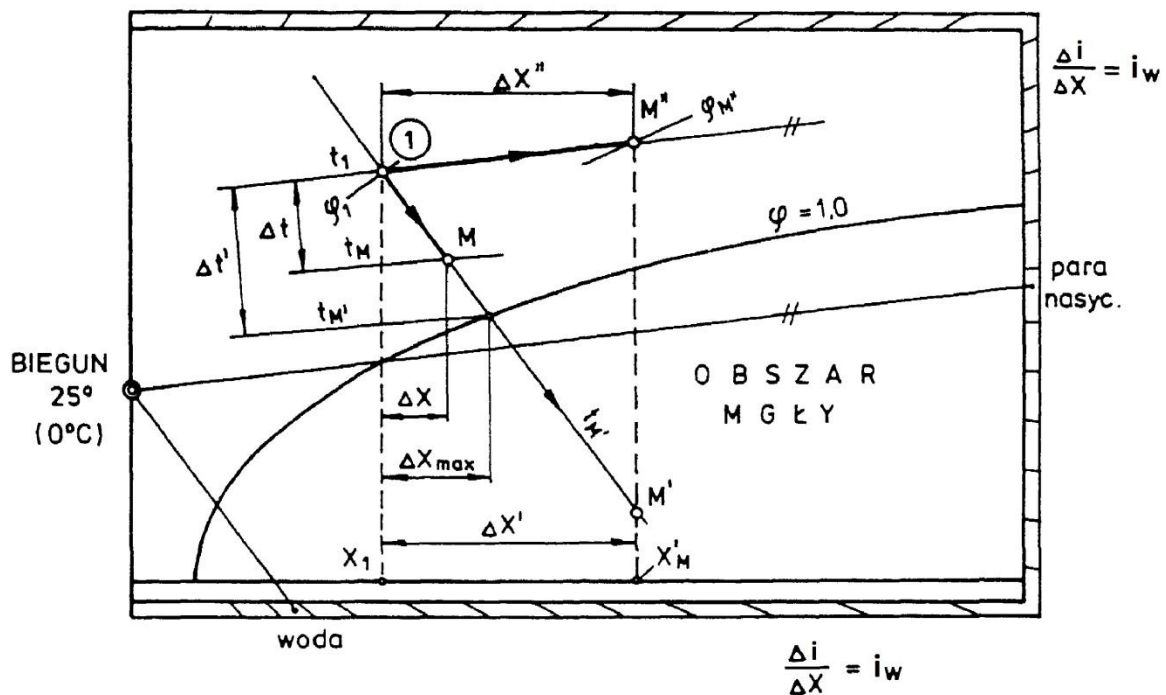
$$m_{gs} \cdot i_{1+X(1)} + m_{gs} \cdot \Delta X \cdot i_p = m_{gs} \cdot i_{1+X(2)}$$

$$i_{1+X(1)} + \Delta X \cdot i_p = i_{1+X(2)}$$

Znając entalpię oraz masę pary wodnej podawanej do nawilżenia powietrza, można obliczyć parametry powietrza nawilżonego. Z ostatniego równania widać, że:

$$i_p = \frac{i_{1+X(2)} - i_{1+X(1)}}{\Delta X} = \frac{\Delta i}{\Delta X}$$

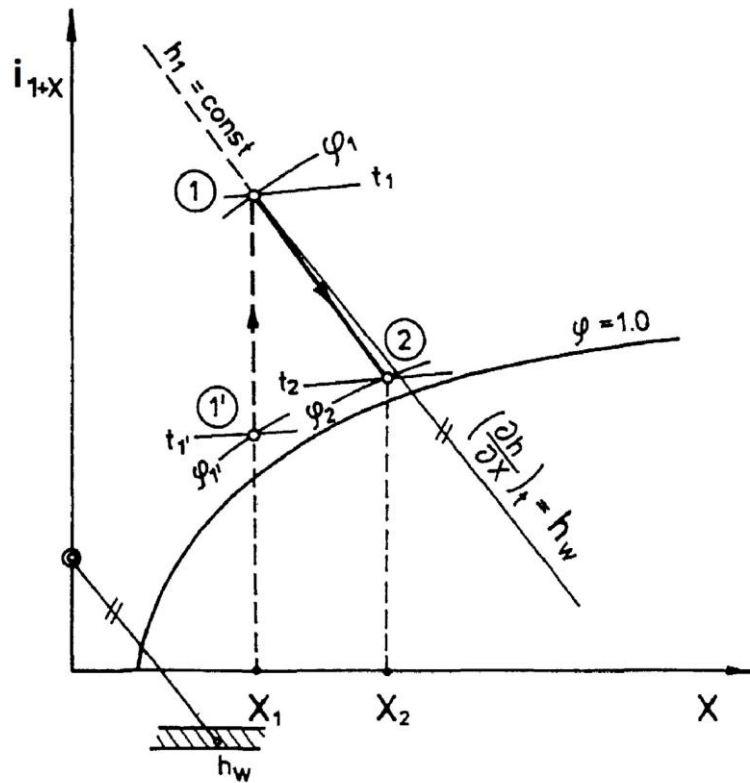
Entalpię pary wodnej/wody w takiej postaci można znaleźć na podziałce wokół wykresu i - X . Łącząc wartość entalpii pary z punktem B (biegunem) wyznacza się prostą kierunkową przemiany. Równoległa do tej prostej, przechodząca przez punkt 1, wyznacza przebieg przemiany nawilżania.



Rys. 1.6 Nawilżanie wodą i nawilżanie parą na wykresie i - X

Suszenie materiału (nawilżanie powietrza odbieraną od materiału suszonego wilgocią)

Suszenie materiału (np. zboża, drewna) prowadzi się podgrzewając wstępnie strumień powietrza (1'-1 na rysunku), a następnie przepuszczając strumień powietrza przez materiał suszony. Ta druga część procesu jest jednocześnie nawilżaniem powietrza wodą (patrząc od strony powietrza). Można by zatem wyznaczyć prostą kierunkową przemiany nawilżania wodą o entalpii $i_w = c_{pw} \cdot t_w$. Dla niskich entalpii proste kierunkowe są prawie równoległe do izentalp powietrza wilgotnego, dlatego można przyjąć przemianę suszenia jako izentalpowa.

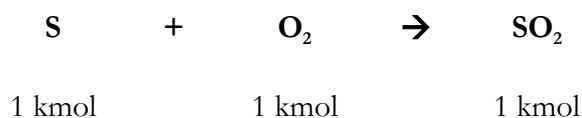
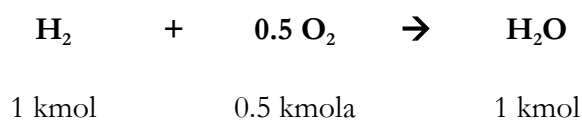
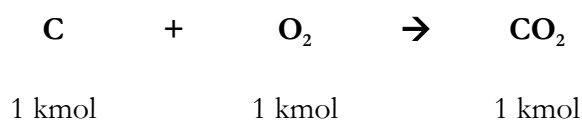


Rys. 1.7 Przemiana nawilżania powietrza wodą z suszonej substancji stałej na wykresie i - X

2. SPALANIE

2.1. SPALANIE

Spalanie jest szybko przebiegającym procesem utleniania substancji palnych. Do pierwiastków palnych w paliwach zalicza się węgiel (C), wodór (H) oraz siarkę (S), które utleniają się ostatecznie do tlenków: CO₂, H₂O, SO₂. Proces spalania wyżej wymienionych pierwiastków opisują zatem reakcje:



2.2. PALIWA

Ze względu na stan skupienia paliwa dzielimy na:

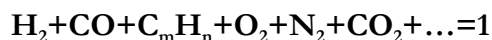
- a. stałe i ciekłe
- b. gazowe

Dla paliw stałych i ciekłych (a) skład paliwa określa się za pomocą udziałów masowych, które oznaczają się małymi literami (**c** – udział węgla, **h** – wodoru, **s** – siarki, **o** – tlenu, **n** – azotu, **w** – wilgoci, **p** – popiołu).

$$\mathbf{c+h+s+o+n+w+p=1}$$

Jednostką paliwa stałego i ciekłego jest **1 kg paliwa wilgotnego**, do którego odnosi się wszystkie wartości obliczeniowe.

Dla paliw gazowych (b) skład paliwa określa się za pomocą udziałów molowych, oznaczanych symbolami związków chemicznych.



Jednostką paliwa gazowego jest **1 kmol paliwa suchego**, do którego odnosi się wszystkie wartości obliczeniowe.

2.3. ZAPOTRZEBOWANIE POWIETRZA DO SPALANIA

Zapotrzebowanie na powietrze do spalania wynika bezpośrednio z ilości tlenu biorącej udział we wszystkich reakcjach spalania danego paliwa. Zarówno zapotrzebowanie na tlen, jak i na powietrze oblicza się w odniesieniu do jednostki podstawowej paliwa (1kg – paliwa ciekłe i stałe, 1 kmol – paliwa gazowe)

a. paliwa stałe i ciekłe

Najpierw oblicza się minimalne (wynikające z reakcji) zapotrzebowanie na tlen:

$$n_{o_min} = \frac{c \text{ kmolC}}{M_c \text{ kgPal}} \cdot 1 \frac{\text{kmolO}_2}{\text{kmolC}} + \frac{h \text{ kmolH}_2}{M_{H_2} \text{ kgPal}} \cdot 0.5 \frac{\text{kmolO}_2}{\text{kmolH}_2} + \frac{s \text{ kmolS}}{M_s \text{ kgPal}} \cdot 1 \frac{\text{kmolO}_2}{\text{kmolS}} - \frac{0 \text{ kmolO}_2}{M_{O_2} \text{ kgPal}}$$

Ponieważ udział objętościowy(molowy) tlenu w powietrzu wynosi 0.21, minimalne zapotrzebowanie powietrza wynosi:

$$n_{pow_min} = \frac{n_{o_min}}{0.21} \cdot \frac{\text{kmolPow}}{\text{kgPal}}$$

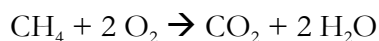
Rzeczywista ilość powietrza zależy od stosunku nadmiaru powietrza λ :

$$\lambda = \frac{n_{pow}}{n_{pow_min}} = \frac{n_o}{n_{o_min}}$$

$$n_{pow} = \lambda \cdot n_{pow_min}$$

b. paliwa gazowe

Dla paliw gazowych zapotrzebowanie na tlen i powietrze oblicza się podobnie, korzystając z reakcji spalania. Jednak ponieważ skład paliwa podany jest w udziałach objętościowych (molowe), nie trzeba używać mas molowych substancji do przeliczenia na jednostki – ilość danego składnika paliwa podana jest już w kmol/kmolPal. Przykładowo



$$n_{o_min} = CH_4 \frac{\text{kmolCH}_4}{\text{kmolPal}} \cdot 2 \frac{\text{kmolO}_2}{\text{kmolPal}} + \dots$$

Tak należy uwzględnić wszystkie składniki palne paliwa. Zapotrzebowanie powietrza minimalnego i rzeczywistego oblicza się tak jak dla paliw stałych.

2.4. SKŁAD SPALIN

W skład spalin wchodzi produkty spalania (wynikające z reakcji): **CO₂** (ze spalania C), **H₂O** (ze spalania H), **SO₂** (ze spalania S), **CO** (przy niezupełnym),

niepalne substraty paliwa: **CO₂**, **H₂O**, **N₂**,

produkty pochodzące z powietrza podanego do spalania: **N₂**, **O₂** (nadmiar!).

Ilość produktów spalania podaje się, tak jak zapotrzebowanie na powietrze, w kmol/jednostkę paliwa i oblicza się z reakcji, podobnie jak zapotrzebowanie tlenu. Przykładowo:

$$n''_{H_2O} = 1 \frac{\text{kmol}H_2O}{\text{kmol}H_2} \cdot \frac{h}{M_{H_2}} \frac{\text{kmol}H_2}{\text{kgPal}}$$

$$n''_{N_2} = 0.79 \cdot n_{pow} + \frac{n}{M_{N_2}} \frac{\text{kmol}N_2}{\text{kgPal}}$$

Suma składników spalin nie wliczając wody to spaliny suche (n''_{ss}) natomiast po dodaniu wody zawartej w spalinach to spaliny mokre (n''_{sm}).

Dla spalin określa się molowy stopień zwilżenia spalin:

$$X''_z = \frac{n''_{H_2O}}{n''_{ss}} \cdot \frac{\text{kmol } H_2O}{\text{kmol spalin suchych}}$$

Analogiczny do stopnia zwilżenia powietrza wilgotnego.

Skład molowy spalin suchych oznacza się nazwą substancji w nawiasie kwadratowym, np. $[CO_2]$:

$$[i] = \frac{n''_i}{n''_{ss}}$$

Skład molowy spalin mokrych oblicza się względem całkowitej ilości spalin, zatem:

$$(i) = \frac{n''_i}{n''_{sm}} = \frac{[i]}{1 + X''_z}$$

2.5. TEORETYCZNY UDZIAŁ CO_2 W SPALINACH

Dla spalin określa się również teoretyczny udział CO_2 w spalinach, zależny tylko od składu paliwa. Określa się go dla wartości stechiometrycznych – spalanie bez nadmiaru powietrza ($\lambda=1$).

$$k_{max} = \left(\frac{n''_{CO_2}}{n''_{ss}} \right)_{\lambda=1}$$

Wartość maksymalnego udziału dwutlenku węgla pozwala kontrolować stosunek nadmiaru powietrza podawanego do spalania, badając skład samych spalin. Przy spalaniu stechiometrycznym ilość CO_2 w spalinach jest maksymalna. Stosunek nadmiaru powietrza można określić w przybliżeniu stosując zależność:

$$\lambda \approx \frac{k_{max}}{[CO_2]}$$

3. PRZEPŁYW GAZÓW

W ramach tego tematu rozpatrywane są ustalone w czasie, jednowymiarowe przepływy płynów ściśliwych – czyli gazów, które na potrzeby ćwiczeń traktuje się jako gazy doskonałe. Podczas przepływu przez kanał gaz doznaje zmiany stanu (zmieniają się jego parametry) i przyjmuje się, że następuje to według przemiany adiabatycznej (brak wymiany ciepła z otoczeniem).

3.1. RÓWNANIE CIĄGŁOŚCI

Dla przepływu gazu przez kanał stosuje się równanie ciągłości:

$$\dot{m} = A \cdot w \cdot \rho = A \cdot w \cdot \frac{1}{v} = \text{const}, \quad \frac{kg}{s}$$

gdzie: \dot{m} – strumień masy

A – pole przekroju kanału,

w – prędkość średnia w danym przekroju

ρ – gęstość w danym przekroju,

v – objętość właściwa w danym przekroju.

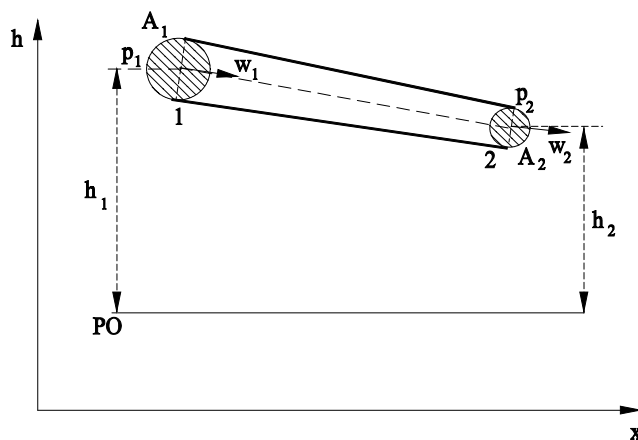
3.2. RÓWNANIE ENERGII

Równanie energii dla dwóch wybranych przekrojów kanału (1,2):

$$i_1 + \frac{w_1^2}{2} + gh_1 = i_2 + \frac{w_2^2}{2} + gh_2 + q_{1-2}$$

Zakładając przemianę adiabatyczną oraz fakt że przekroje znajdują się na takiej samej wysokości, równanie upraszcza się do postaci:

$$i_1 + \frac{w_1^2}{2} = i_2 + \frac{w_2^2}{2}$$



Rys. 3.1 Schemat przepływu przez kanał zbieżny

3.3. RÓWNANIE ADIABATY

Dla przemiany adiabaticznej zależność ciśnienia i objętości opisuje równanie:

$$pv^k = idem$$

gdzie $k = \frac{c_p}{c_v}$ to wykładnik adiabaty, który wynosi odpowiednio:

1.67 dla gazów 1-atomowych,

1.4 dla gazów 2-atomowych,

1.33 dla gazów 3- i więcej atomowych.

Z powyższego równania można wyprowadzić zależności między ciśnieniem, objętością właściwą i temperaturą:

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^k \qquad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} \qquad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}$$

3.4. PRZEPIY W PRZEZ DYSZE

Wielkości opisujące dysze:

Stosunek ciśnień:

$$\beta = \frac{p_{ot}}{p_0}, \quad p_{ot} - \text{ciśnienie za dyszą}, \quad p_0 - \text{ciśnienie przed dyszą (ciśnienie spiętrzenia)}$$

Krytyczny stosunek ciśnień:

$$\beta = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

Lokalna prędkość dźwięku:

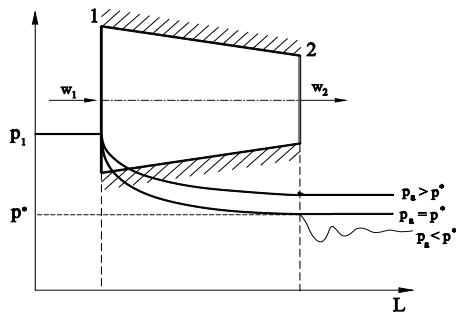
$$a = \sqrt{kRT} = \sqrt{kpv}$$

Liczba Macha:

$$Ma = \frac{w}{a}$$

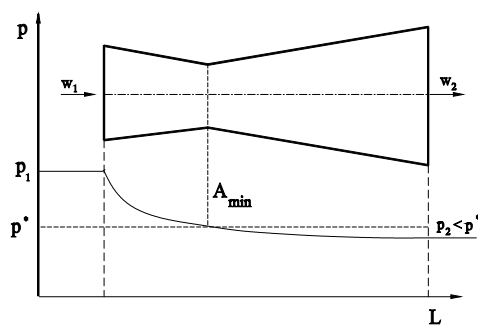
Rozpatrujemy przepływ przez dyszę, której celem jest zamiana energii wewnętrznej płynu na energię kinetyczną. Dysza zbieżna, zwana dyszą Bendemanna, jest poddźwiękowa, co oznacza, że maksymalna prędkość, którą może osiągnąć czynnik na wylocie z dyszy jest lokalną prędkością dźwięku. W takim przypadku przekrój wylotowy nazywa się krytycznym i panują w niej parametry krytyczne: T_{kr} , v_{kr} , p_{kr} . Gdy ciśnienie poza dyszą jest mniejsze od ciśnienia krytycznego ($p_{ot} < p_{kr}$, $\beta < \beta_{kr}$), dalsze rozprężanie następuje w przestrzeni swobodnej, poza dyszą, a

ciśnienie w przekroju wylotowym jest równe ciśnieniu krytycznemu ($p_2 = p_{kr}$). W przeciwnym razie gaz w dyszy rozpręża się do ciśnienia otoczenia ($p_2 = p_{ot}$).

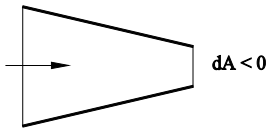
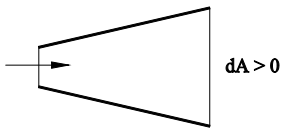
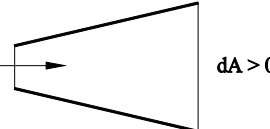
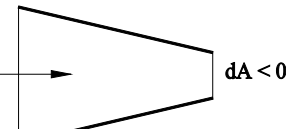


Rys. 3.2. Przebieg ciśnienia czynnika w różnych przypadkach przepływu przez dyszę zbieżną.

Inaczej wygląda przepływ w dyszy zbieżno-rozbieżnej zwanej dyszą de Lavalą. Dyszę de Lavalą projektuje się w ten sposób, aby w minimalnym przekroju osiągnięte zostały parametry krytyczne. W dalszej, rozbieżnej, części dyszy czynnik dalej się rozpręża i osiąga prędkość naddźwiękową ($Ma > 1$).



Rys. 3.3. Przebieg ciśnienia w dyszy de Lavalą

	Dysza $dp < 0, dA < 0, dw > 0$	Dyfuzor $dp > 0, dA > 0, dw < 0$
$Ma < 1$ $w < a$	 $dA < 0$	 $dA > 0$
$Ma > 1$ $w > a$	 $dA > 0$	 $dA < 0$

Rys. 3.4. Kształty dysz i dyfuzorów dla przepływu izentropowego energetycznie odosobnionego

Prędkość wypływu z dyszy oblicza się z równania energii:

$$w_2 = \sqrt{2(i_1 - i_2) + w_1^2}$$

3.5. PARAMETRY SPIĘTRZENIA

Gdy przed dyszą (w przekroju 1) czynnik ma prędkość w_1 , to ciśnienie dynamiczne w tym przekroju jest wyższe od ciśnienia statycznego p_1 . Do energii w przekroju 1 wlicza się zatem człon $\frac{w_1^2}{2}$. Parametry spiętrzenia (spoczynkowe) mówią o tym, o ile wyższe są parametry w przekroju 1 przy uwzględnieniu prędkości – tak jakby prędkość została wyhamowana do zera. W równaniu energii:

$$i_1 + \frac{w_1^2}{2} = i_2 + \frac{w_2^2}{2}$$

lewą stronę równania można zastąpić wartością entalpii spoczynkowej i_0 :

$$i_0 = i_1 + \frac{w_1^2}{2}$$

wtedy:

$$c_p T_0 = c_p T_1 + \frac{w_1^2}{2}$$

zatem temperatura spoczynkowa wynosi:

$$T_0 = T_1 + \frac{w_1^2}{2c_p}$$

Wartości ciśnienia spiętrzenia i objętości właściwej spiętrzenia można obliczyć z równania adiabaty:

$$p_0 = p_1 \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad v_0 = v_1 \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

Należy pamiętać że przy obliczaniu stosunku ciśnień β uwzględnia się ciśnienie spiętrzenia p_0 .

3.6. WYPROWADZENIE WZORU NA PRĘDKOŚĆ WYLOTOWĄ Z DYSZY

$$i_0 = i_2 + \frac{w_2^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{w_2^2}{2} = i_0 - i_2 &= c_p(T_0 - T_2) = R \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \left(\frac{p_0 v_0}{R} - \frac{p_2 v_2}{R} \right) = \frac{k}{k-1} \cdot (p_0 v_0 - p_2 v_2) \\ &= \frac{k}{k-1} \cdot p_0 v_0 \cdot \left(1 - \frac{p_2 v_2}{p_0 v_0} \right) = \frac{k}{k-1} \cdot p_0 v_0 \cdot \left(1 - \frac{p_2}{p_0} \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{-\frac{1}{k}} \right) \\ &= \frac{k}{k-1} \cdot p_0 v_0 \cdot \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right) = \frac{k}{k-1} \cdot p_0 v_0 \cdot \left(1 - (\beta)^{\frac{k-1}{k}} \right) \end{aligned}$$

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot p_0 v_0 \cdot \left(1 - (\beta)^{\frac{k-1}{k}} \right)}$$

Wyprowadzony wzór na prędkość w_2 znany jest jako wzór St Venanta.

4. SPREŻARKI

Sprężarki, są maszynami przepływowymi, które mają zastosowanie jeśli potrzeba:

- zwiększyć gęstość czynnika gazowego
- podnieść ciśnienie czynnika gazowego
- podwyższyć temperaturę czynnika gazowego.

Ćwiczenia ze sprężarek ograniczają się jedynie do sprężarek tłokowych.

4.1. SPREŻARKA TŁOKOWA

W jednym cyklu pracy w sprężarce tłokowej następują cztery przemiany:

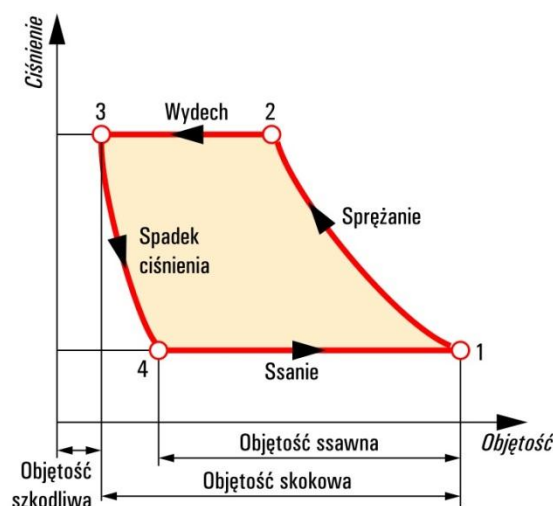
- sprężania gazu
- tłoczenia (wydechu)
- rozprężania
- ssania

Gdy zawór dolotowy jest otwarty czynnik jest zasysany przy ruchu tłoka od dna cylindra do wewnętrznego położenia zwrotnego. Następnie tłok, przy zamkniętych zaworach, przesuując się w stronę dna cylindra, spręża gaz do ciśnienia, które panuje w przewodzie wylotowym. Wtedy otwiera się zawór wylotowy i tłok wypycha gaz z cylindra. Pozostała część gazu, podczas ruchu tłoka, ulega rozprężeniu do ciśnienia niższego niż w przewodzie dolotowym, dzięki czemu otwiera się zawór dolotowy.

Ze względów bezpieczeństwa tłok nie dochodzi do samego dna tłoka. Przestrzeń między dnem tłoka a zewnętrznym położeniem zwrotnym tłoka nosi nazwę objętości szkodliwej. Przestrzeń między zewnętrznym a wewnętrznym położeniem zwrotnym (skrajnym) tłoka nazywa się objętością skokową, a objętość zassanego gazu podczas suwu ssania – objętością ssawną. **Mówiąc o sprężarce idealnej zakłada się że nie ma objętości szkodliwej.**

Objętość skokową można obliczyć znając skok tłoka s (odległość między skrajnymi położeniami):

$$V_s = \frac{\pi D^2}{4} s$$



Rys. 4.2. Cykl pracy sprężarki

Wyżej wymienione objętości charakteryzują poniższe relacje:

Względna objętość szkodliwa – czyli stosunek objętości szkodliwej do objętości skokowej:

$$\varepsilon_r = \frac{V_r}{V_s}$$

Sprawność wolumetryczna opisuje stosunek objętości ssawnej do objętości skokowej:

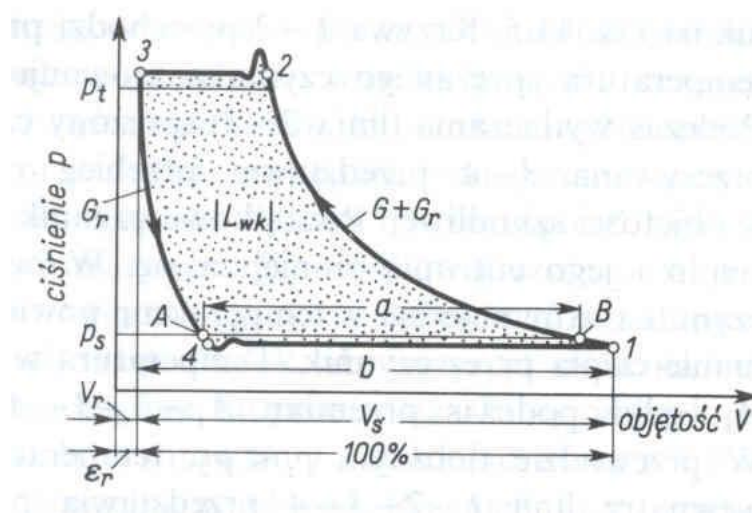
$$\eta_v = \frac{V_s}{V_{sk}}$$

Spręż określa stosunek ciśnień na wlocie i wylocie sprężarki:

$$\pi = \frac{p_2}{p_1}$$

4.2. WYKRES INDIKATOROWY

Pracę rzeczywistej sprężarki tłokowej przedstawia wykres indykatorowy p–V.



Rys. 4.3 Wykres indykatorowy sprężarki

Za pomocą wykresu indykatorowego można określić wartość średniego ciśnienia indykowanego. Pole ograniczone krzywymi przemian wyraża wartość pracy wykonanej przez silnik podczas jednego obiegu. Średnie ciśnienie indykowane jest zatem stosunkiem pracy indykowanej do objętości skokowej cylindra sprężarki:

$$p_i = \frac{L_{1i}}{V_s}$$

Praca indykowana wynosi zatem:

$$L_{1i} = p_i \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot S = p_i \cdot V_s$$

Praca indykowana całej sprężarki zależy od liczby cylindrów i wynosi:

$$L_i = p_i \cdot V_s \cdot i$$

Praca efektywna L_e – mierzona na kole napędowym silnika, jest większa od mocy indykowanej, a wielkością, która o tym mówi jest sprawność mechaniczna:

$$\eta_m = \frac{L_i}{L_e}$$

4.3. PRACA NAPĘDOWA SPRĘŻARKI IDEALNEJ.

Z rys. 4.3. widać że najmniej pracy technicznej należy dostarczyć podczas przemiany izotermicznej (najkorzystniejszy przypadek) a najwięcej podczas przemiany adiabatycznej (izentropowej). Cały obszar pomiędzy tymi przemianami opisuje przemiana politropowa, gdzie wykładnik politropy $n \in (1, k)$.

Zatem do opisu pracy sprężarki i obliczeń mocy teoretycznej doprowadzonej do sprężarki potrzebna jest znajomość przemian: izotermicznej, adiabatycznej i politropowej. Moc teoretyczna sprężarki jest równa strumieniowi pracy technicznej przemiany sprężania:

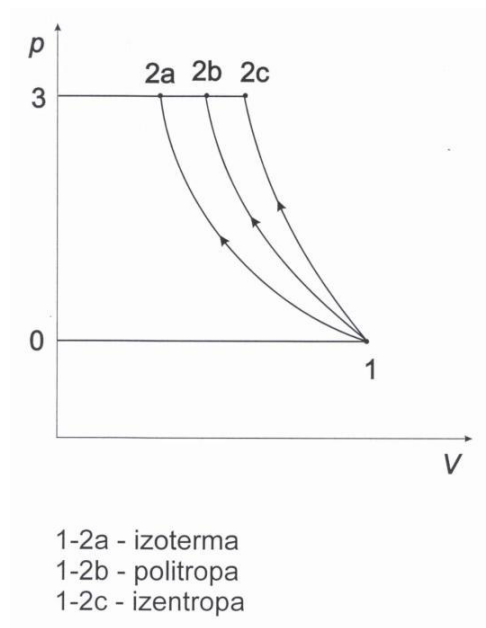
$$N_t = |\dot{L}_t| = |\dot{m} \cdot l_t|$$

W równaniu pojawia się moduł, ponieważ praca techniczna doprowadzona do układu jest ujemna.

Przemiana izotermiczna

Ciepło wyprowadzone jest równe pracy technicznej.

$$l_t = RT_1 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = q_w$$



Rys. 4.4 Cykl pracy sprężarki idealnej

Przemiana adiabatyczna

$$l_t = \frac{k}{k-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$$

$$q_w = 0$$

Przemiana politropowa

$$l_t = \frac{n}{n-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

$$q_w = c_n(T_2 - T_1)$$

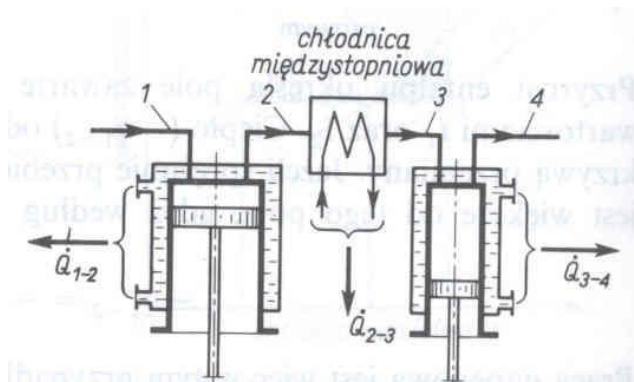
gdzie $c_n = c_v \frac{n-k}{n-1}$

Pracę techniczną dla przemiany sprężania można obliczyć również korzystając z I Zasady Termodynamiki:

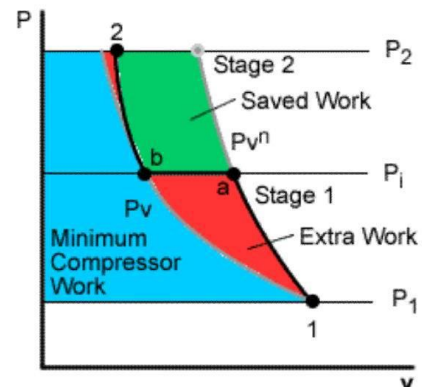
$$l_t = i_1 - i_2 + q_w$$

4.4. SPRĘŻARKA DWUSTOPNIOWA

W celu obniżenia mocy potrzebnej do napędu sprężarki, stosuje się sprężanie dwustopniowe z międzystopniowym chłodzeniem czynnika.



Rys. 4.4 Schemat sprężarki dwustopniowej



Rys. 5.5 Sprężanie dwustopniowe na wykresie p-V

Do obliczeń zakłada się, że temperatura końca chłodzenia jest równa temperaturze początkowej sprężania $T_b = T_1$. Praca sprężarki dwustopniowej jest najmniejsza wtedy, kiedy spręż pierwszego stopnia jest równy sprężowi drugiego stopnia:

$$\pi_1 = \frac{p_i}{p_1} = \frac{p_2}{p_i} = \pi_2$$

Zatem ciśnienie międzystopniowe wynosi:

$$p_i = \sqrt{p_1 \cdot p_2}$$

Praca sprężarki dwustopniowej jest równa sumie prac pierwszego i drugiego stopnia:

$$l_t = l_{t1} + l_{t2} = \frac{n}{n-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_i}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] + \frac{n}{n-1} RT_b \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_i} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

Ponieważ $T_b = T_1$, i stosunki ciśnień w obu stopniach są takie same, zatem:

$$l_t = \frac{n}{n-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_i}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] + \frac{n}{n-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_i}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] = 2 \cdot \frac{n}{n-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_i}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

5. SIŁOWNIE CIEPLNE