

Przydatne wzory

opracował: dr inż. Przemysław Błasiak

13 maja 2017

Spis treści

Wykaz oznaczeń	3
1 Przenoszenie ciepła	5
1.1 Przewodzenie ciepła	5
1.1.1 Ścianka płaska	5
1.1.2 Ścianka cylindryczna	6
1.1.3 Ścianka kulista	6
1.2 Przenikanie ciepła	6
1.2.1 Ścianka płaska	7
1.2.2 Ścianka cylindryczna	7
1.2.3 Ścianka kulista	7
1.3 Wymiana ciepła przez pręty	8
1.3.1 Wzory ogólne	8
1.3.2 Pręt nieskończonej długości	8
1.3.3 Pręt o skończonej długości izolowany na końcu	8
1.3.4 Pręt o skończonej długości nie izolowany na końcu	8
1.4 Wymiana ciepła przez żebra	9
1.4.1 Żebro proste o przekroju prostokątnym	9
1.4.2 Żebro okrągłe o stałej grubości	10
1.4.3 Sprawność żebra	12
1.4.4 Ścianka ożebrowana	13
1.5 Wymienniki ciepła	14
1.5.1 Wzory podstawowe	14
1.5.2 Parametry bezwymiarowe	14
1.5.3 Przepływ krzyżowoprądowy	15
1.5.4 Metoda ϵ -NTU	15
1.6 Konwekcja wymuszona - opływ ciał	16
1.6.1 Opływ walca kołowego	17
1.6.2 Opływ kuli	17
1.6.3 Opływ cylindrów o różnym kształcie	17
1.6.4 Opływ pęczka rur	18
1.7 Konwekcja wymuszona - przepływ w kanałach	20
1.7.1 Przepływ laminarny w rurze	20

1.7.2	Przepływ turbulentny w rurze	20
1.7.3	Średnica ekwiwalentna	20
1.7.4	Przepływ w szczelinie pierścieniowej	21
1.8	Konwekcja naturalna	21
1.9	Konwekcja przy zmianie fazy	22
2	Podstawy termodynamiki	23
3	Teoria maszyn cieplnych/Termodynamika	24
3.1	Gazy wilgotne	24
3.1.1	Podstawowe pojęcia	24
3.1.2	Wykres Moliera $i-X$	27
3.1.3	Przemiany gazu wilgotnego	27
3.2	Spalanie	28
3.2.1	Skład paliw gazowych	28
3.2.2	Skład paliw stałych	28
3.2.3	Ilość utleniacza przy spalaniu zupełnym i całkowitym	29
3.2.4	Skład spalin przy spalaniu zupełnym i całkowitym	29
3.2.5	Spalanie niezupełne i niecałkowite	30
3.3	Przepływy gazów	31
3.3.1	Założenia, prędkość średnia, równanie ciągłości	31
3.3.2	Równanie energii	32
3.3.3	Wzory do obliczeń dysz	33
3.3.4	Zasada zachowania ilości ruchu	34
3.4	Sprężarki	34
3.5	Siłownie parowe	34

Wykaz oznaczeń

Oznaczenia są zgodne z [2]:

A	–	powierzchnia, pole przekroju, m^2
b	–	szerokość, m
d	–	średnica, m
F	–	pole przekroju podłużnego, m^2
\dot{G}	–	strumień przepływu, kg/s
h	–	wysokość, m
k	–	współczynnik przenikania ciepła, $W/(m^2 K)$
L	–	długość, m
m	–	współczynnik temperaturowy dla pręta lub żebra, m^{-1}
U	–	obwód, m
\dot{Q}	–	strumień ciepła, W
\dot{q}	–	gęstość strumienia ciepła, W/m^2
\dot{q}_L	–	jednostkowy strumień ciepła odniesiony do 1 m długości rury, W/m
r	–	promień, m
R	–	opór cieplny przegrody, $(m^2K)/W$
t	–	temperatura, $^{\circ}C$
T	–	temperatura, K
x	–	odcięta, odległość od ściany w temperaturze t_1 , m

Symbole greckie

α	–	współczynnik wnikania ciepła, W/(m ² K)
δ	–	grubość, m
ε	–	sprawność
ϑ	–	nadwyżka temperatury, K lub °C
λ	–	współczynnik przewodzenia ciepła, W/(m K)

Indeksy dolne

0	–	stan początkowy, na początku pręta
<i>f</i>	–	parametry płynu
<i>h</i>	–	parametry na powierzchni czołowej
<i>iz</i>	–	izolacja
<i>k</i>	–	parametry końcowe (na wylocie)
<i>L</i>	–	parametry na końcu pręta
<i>o</i>	–	ożebrowanie
<i>ot</i>	–	parametry otoczenia
<i>oz</i>	–	ożebrowany
<i>p</i>	–	parametry początkowe (na wlocie)
<i>pz</i>	–	powierzchnia żebra
<i>sr</i>	–	średni
<i>w</i>	–	parametry ścianki
<i>mz</i>	–	parametry na powierzchni między żebrami
<i>z</i>	–	żebro, parametry na powierzchni zewnętrznej
<i>zp</i>	–	żebro proste
<i>zo</i>	–	żebro okrągłe
....		

Rozdział 1

Przenoszenie ciepła

1.1 Przewodzenie ciepła

Prawo Fouriera

$$\dot{q} = -\lambda \nabla t = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x}, \frac{\partial t}{\partial y}, \frac{\partial t}{\partial z} \right) \quad (1.1.1)$$

1.1.1 Ścianka płaska

Przewodzenie ciepła przez ściankę płaską:

$$\dot{q} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{\delta}{\lambda}} \quad (1.1.2)$$

Przewodzenie ciepła przez ściankę płaską wielowarstwową (n warstw):

$$\dot{q} = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \quad (1.1.3)$$

Przewodzenie ciepła przez ściankę wykonaną materiału, którego współczynnik przewodzenia ciepła zależy od temperatury i dany jest równaniem $\lambda = \lambda(t) = \lambda_0(1 + bt)$:

$$\dot{q} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{\delta}{\lambda_m}} \quad (1.1.4)$$

λ_m jest to średni współczynnik przewodzenia ciepła obliczany jako:

$$\lambda_m = \lambda_0(1 + bt_m) = \lambda_0 \left(1 + b \frac{t_1 + t_2}{2} \right) = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} \quad (1.1.5)$$

Rozkład temperatury w ścianie dany jest wzorem:

$$t(x) = \frac{1}{b} \left[\sqrt{\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0} \right)^2 - \frac{2b\dot{q}}{\lambda_0} x} - 1 \right] \quad (1.1.6)$$

Ogólny wzór na obliczanie temperatury średniej t_m :

$$t_m = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta t(x) dx \quad (1.1.7)$$

We wzorach (1.1.5) i (1.1.6) λ_0 , λ_1 i λ_2 oznaczają odpowiednio współczynnik przewodzenia w temperaturze 0°C , t_1 i t_2 .

1.1.2 Ścianka cylindryczna

Przewodzenie ciepła przez ściankę cylindryczną:

$$\dot{q}_L = \frac{\dot{Q}}{L} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{\ln(d_2/d_1)}{2\pi\lambda}} \quad (1.1.8)$$

Zależność między \dot{q} i \dot{q}_L jest następująca

$$\dot{q}_L = \pi d \dot{q} \quad (1.1.9)$$

Przewodzenie ciepła przez ściankę cylindryczną wielowarstwową (n warstw):

$$\dot{q}_L = \frac{\dot{Q}}{L} = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{\ln(d_{i+1}/d_i)}{2\pi\lambda_i}} \quad (1.1.10)$$

1.1.3 Ścianka kulista

Przewodzenie ciepła przez ściankę kulistą:

$$\dot{Q} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} \quad (1.1.11)$$

Przewodzenie ciepła przez ściankę kulistą wielowarstwową (n warstw):

$$\dot{Q} = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\lambda_i} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}} \right)} \quad (1.1.12)$$

1.2 Przenikanie ciepła

Prawo Newtona (gęstość strumienia wnikania ciepła)

$$\dot{q} = \alpha (t - t_w) \quad (1.2.1)$$

Gęstość strumienia przenikania ciepła

$$\dot{q} = k \Delta t = \frac{\Delta t}{R} \quad (1.2.2)$$

1.2.1 Ścianka płaska

Przenikanie ciepła przez ściankę płaską:

$$\dot{q} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad (1.2.3)$$

Przenikanie ciepła przez ściankę płaską wielowarstwową (n warstw):

$$\dot{q} = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_{n+1}}} \quad (1.2.4)$$

1.2.2 Ścianka cylindryczna

Przenikanie ciepła przez ściankę cylindryczną:

$$\dot{q}_L = \frac{\dot{Q}}{L} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\pi d_1 \alpha_1} + \frac{\ln(d_2/d_1)}{2\pi\lambda} + \frac{1}{\pi d_2 \alpha_2}} \quad (1.2.5)$$

Przenikanie ciepła przez ściankę cylindryczną wielowarstwową (n warstw):

$$\dot{q}_L = \frac{\dot{Q}}{L} = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\frac{1}{\pi d_1 \alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\ln(d_{i+1}/d_i)}{2\pi\lambda_i} + \frac{1}{\pi d_{n+1} \alpha_{n+1}}} \quad (1.2.6)$$

Krytyczna grubość izolacji

$$d_{kr} = \frac{2\lambda_{iz}}{\alpha_z} \quad (1.2.7)$$

1.2.3 Ścianka kulista

Przenikanie ciepła przez ściankę kulistą:

$$\dot{Q} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{4\pi r_1^2 \alpha_1} + \frac{1}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{1}{4\pi r_2^2 \alpha_2}} \quad (1.2.8)$$

Przenikanie ciepła przez ściankę kulistą wielowarstwową (n warstw):

$$\dot{Q} = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\frac{1}{4\pi r_1^2 \alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\lambda_i} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}} \right) + \frac{1}{4\pi r_{n+1}^2 \alpha_{n+1}}} \quad (1.2.9)$$

1.3 Wymiana ciepła przez pręty

1.3.1 Wzory ogólne

Nadwyżka temperatury:

$$\vartheta(x) = T(x) - T_{ot} \quad (1.3.1)$$

Równanie różniczkowe przekazywania ciepła w pręcie:

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} - \frac{\alpha U}{\lambda A}\vartheta = \frac{d^2\vartheta}{dx^2} - m^2\vartheta \quad (1.3.2)$$

Współczynnik m :

$$m = \sqrt{\frac{\alpha U}{\lambda A}} \quad (1.3.3)$$

Rozwiązanie ogólne równania (1.3.2):

$$\vartheta = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \quad (1.3.4)$$

1.3.2 Pręt nieskończenie długi

Rozkład nadwyżki temperatury wzdłuż pręta nieskończenie długiego:

$$\vartheta = (T_w - T_{ot}) e^{-mx} = \vartheta_0 e^{-mx} \quad (1.3.5)$$

Ilość ciepła oddawanego przez pręt nieskończenie długi:

$$\dot{Q} = \vartheta_0 A \lambda m \quad (1.3.6)$$

1.3.3 Pręt o skończonej długości izolowany na końcu

Pręt o skończonej długości izolowany na końcu:

$$\vartheta = \vartheta_0 \frac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh(mL)} \quad (1.3.7)$$

Ilość ciepła oddawanego przez pręt zaizolowany na końcu:

$$\dot{Q} = \vartheta_0 A \lambda m \operatorname{tgh}(mL) \quad (1.3.8)$$

1.3.4 Pręt o skończonej długości nie izolowany na końcu

Rozkład nadwyżki temperatury wzdłuż pręta, gdy na jego końcu występuje wymiana ciepła przez konwekcję:

$$\vartheta = \vartheta_0 \frac{\cosh[m(L-x)] + \frac{\alpha L}{\lambda m} \sinh[m(L-x)]}{\cosh(mL) + \frac{\alpha L}{\lambda m} \sinh(mL)} \quad (1.3.9)$$

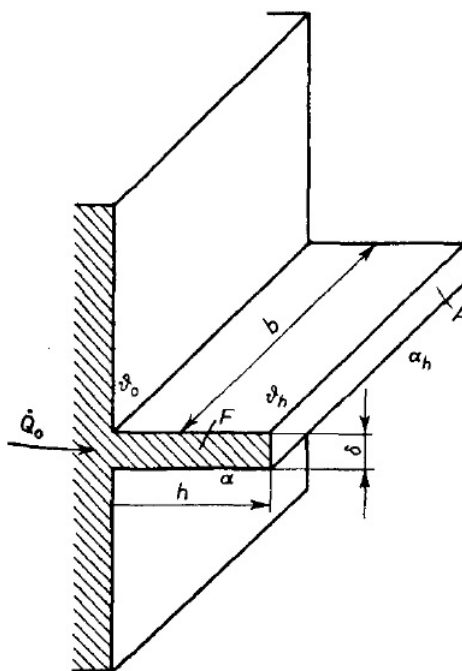
Ilość ciepła oddawanego przez pręt, gdy na jego końcu występuje wymiana ciepła przez konwekcję:

$$\dot{Q} = \vartheta_0 A \lambda m \frac{\frac{\alpha L}{\lambda m} + \operatorname{tgh}(mL)}{1 + \frac{\alpha L}{\lambda m} \operatorname{tgh}(mL)} \quad (1.3.10)$$

Uwaga: Wzory (1.3.9) i (1.3.10) są skomplikowane. W przypadku gdy $\alpha_L = \alpha$ można wydłużyć fikcyjnie pręt o długość $\Delta L = A/U$ i zastosować wzory (1.3.7) i (1.3.8) podstawiając za L wartość $L' = L + \Delta L$.

1.4 Wymiana ciepła przez żebra

1.4.1 Żebro proste o przekroju prostokątnym



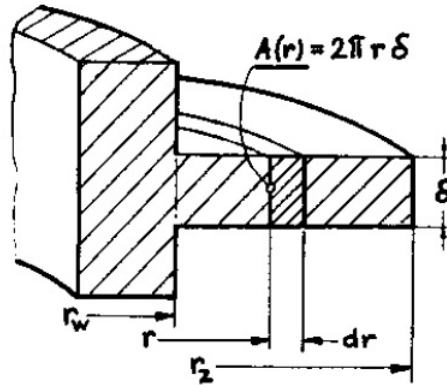
Rys. 1.1. Żebro proste o przekroju prostokątnym [6]

Współczynnik m ($A_z = \delta b$, $P \approx 2b$):

$$m = \sqrt{\frac{\alpha P}{\lambda A_z}} = \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda \delta}} \quad (1.4.1)$$

Wzory wyprowadzone dla prętów można stosować dla żebra prostego pamiętając, że $L = h$.

1.4.2 Żebro okrągłe o stałej grubości



Rys. 1.2. Żebro okrągłe o stałej grubości (pierścień) [2]

Ogólne równanie różniczkowe:

$$\frac{d^2\vartheta}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{d\vartheta}{dz} - \vartheta = 0 \quad (1.4.2)$$

gdzie $z = m r$.

Rozwiązanie ogólne równania (1.4.2):

$$\vartheta = C I_0(z) + D K_0(z) \quad (1.4.3)$$

gdzie I i K to zmodyfikowane funkcje Bessela (rys. 1.3).

Nadwyżka temperatury wzdłuż żebra, gdy można pominąć przejmowanie ciepła na powierzchni czołowej (zaizolowany koniec):

$$\vartheta = \vartheta_0 \frac{I_0(mr) K_1(mr_z) + I_1(mr_z) K_0(mr)}{I_0(mr_w) K_1(mr_z) + I_1(mr_z) K_0(mr_w)} \quad (1.4.4)$$

Strumień ciepła przepływający przez podstawę żebra (równe ciepłu oddawanemu przez to żebro):

$$\dot{Q}_0 = 2\pi r_w \lambda \delta m \vartheta_0 \psi \quad (1.4.5)$$

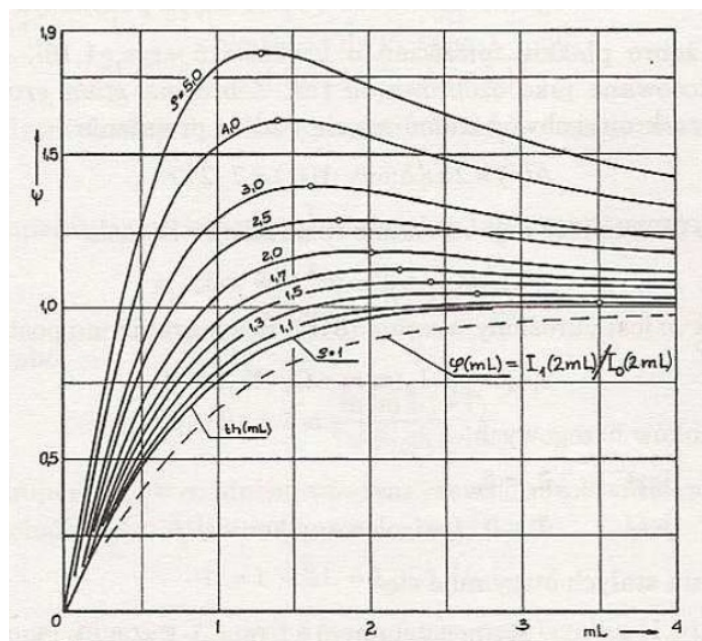
gdzie ψ wyrażone jest jako:

$$\psi = \frac{I_1(mr_z) K_1(mr_w) - I_1(mr_w) K_1(mr_z)}{I_0(mr_w) K_1(mr_z) + I_1(mr_z) K_0(mr_w)} \quad (1.4.6)$$

Wartości ψ można także odczytać z rys. 1.4.

x	$I_0(x)$	$K_0(x)$	$I_1(x)$	$K_1(x)$
0,0	1,000	∞	0	∞
0,1	1,003	2,447	0,050	9,854
0,2	1,010	1,753	0,101	4,776
0,3	1,023	1,373	0,152	3,056
0,4	1,040	1,115	0,204	2,184
0,5	1,064	0,924	0,258	1,656
0,6	1,092	0,775	0,314	1,303
0,7	1,126	0,661	0,372	1,050
0,8	1,166	0,565	0,433	0,862
0,9	1,213	0,487	0,497	0,717
1,0	1,266	0,421	0,565	0,602
1,2	1,394	0,318	0,715	0,435
1,4	1,553	0,244	0,886	0,320
1,6	1,750	0,188	1,085	0,241
1,8	1,989	0,159	1,317	0,183
2,0	2,279	0,114	1,591	0,140
2,5	3,289	0,062	2,517	0,0739
3,0	4,881	0,0347	3,395	0,0402
3,5	7,378	0,0196	6,206	0,0222
4,0	11,302	0,0112	9,759	0,0125
4,5	17,481	0,0064	15,389	0,00708
5,0	27,240	0,0037	24,336	0,00404

Rys. 1.3. Wartości zmodyfikowanych funkcji Bessela [6]



Rys. 1.4. Wartości funkcji pomocniczej ψ [2]

1.4.3 Sprawność żebra

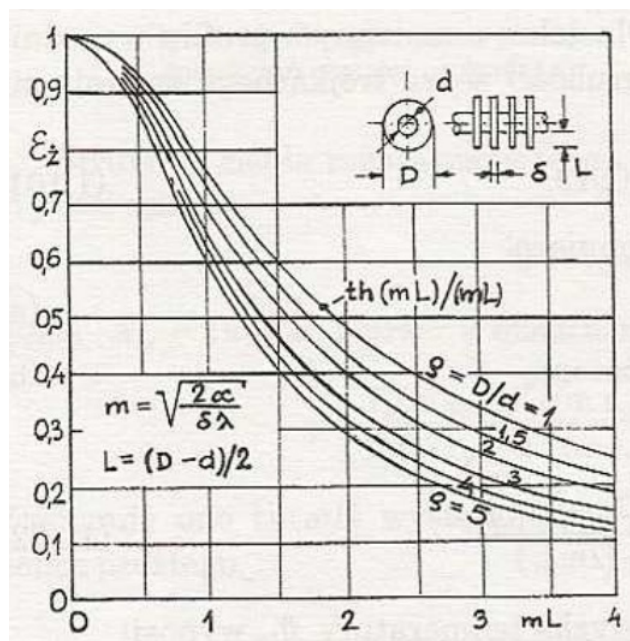
Jest to stosunek ciepła przejmowanego przez żebro przy rzeczywistym rozkładzie temperatury do ciepła jakie przejąłoby żebro, gdyby temperatura wzdłuż jego długości była stała i równa temperaturze ścianki t_w . Dla żebra prostego o przekroju prostokątnym [2]:

$$\varepsilon_{zp} = \frac{\text{th}(mL)}{mL} \quad (1.4.7)$$

Po wprowadzeniu oznaczeń: długość żebra okrągłego $L = r_z - r_w$ i $\rho = r_z/r_w$ wzór na sprawność żebra okrągłego zapisuje się jako:

$$\varepsilon_{zo} = \frac{2\psi}{(1 + \rho)mL} \quad (1.4.8)$$

Sprawność żebra okrągłego można także odczytać z rys. 1.5.



Rys. 1.5. Sprawność żeber okrągłych o stałej grubości [2]

1.4.4 Ścianka ożebrowana

Strumień ciepła przenikający przez ściankę ożebrowaną:

$$\dot{Q} = A \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_w}{\lambda_w} + \frac{1}{\varphi \epsilon_{oz} \alpha_2}} \quad (1.4.9)$$

gdzie A to pole powierzchni ścianki gładkiej, φ współczynnik ożebrowania równy

$$\varphi = \frac{A_{oz}}{A} = \frac{n(A_{pz} + A_{oz})}{A} \quad (1.4.10)$$

gdzie A_{pz} oznacza powierzchnię jednego żebra, A_{mz} powierzchnię między żebrami (dla jednego segmentu), n liczba segmentów (zeber). Sprawność ścianki ożebrowanej:

$$\epsilon_{oz} = 1 - \frac{n A_{pz}}{A_{oz}} (1 - \epsilon_z) \quad (1.4.11)$$

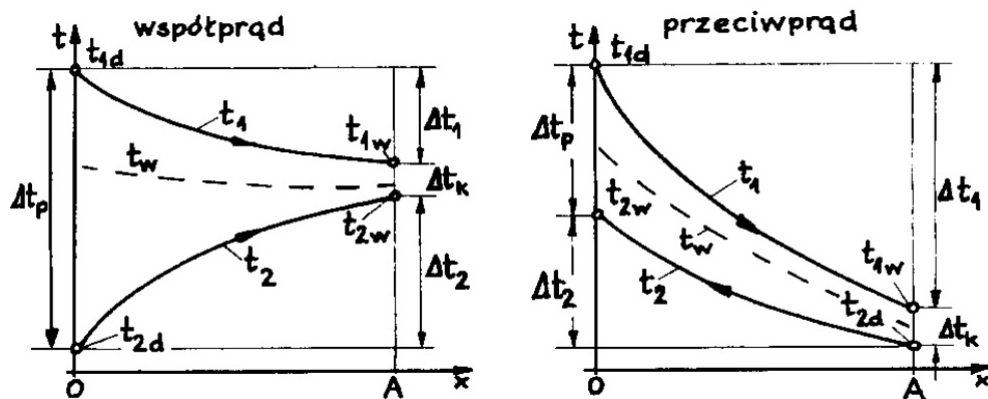
Strumień ciepła oddawany przez konwekcję od przegrody ożebrowanej można także obliczyć jako

$$\dot{Q} = A_{oz} \epsilon_{oz} \alpha (t_0 - t_{ot}) \quad (1.4.12)$$

1.5 Wymienniki ciepła

1.5.1 Wzory podstawowe

Rozkład temperatur czynników dla współprądu i przeciwprądu:



Rys. 1.6. Rozkłady temperatur czynników w wymienniku współprądowym i przeciwprądowym [2]

Średnia logarytmiczna różnica temperatur:

$$\Delta t_m = \frac{\Delta t_p - \Delta t_k}{\ln \frac{\Delta t_p}{\Delta t_k}} \quad (1.5.1)$$

Równanie Pecleta:

$$\dot{Q} = kA\Delta t_m \quad (1.5.2)$$

Pojemność cieplna strumienia:

$$\dot{W} = \dot{G}c_p \quad (1.5.3)$$

Końcowa różnica temperatur w wymienniku:

$$\Delta t_k = \Delta t_p e^{-kA\left(\frac{1}{\dot{W}_1} \mp \frac{1}{\dot{W}_2}\right)} \quad (1.5.4)$$

gdzie „minus” stosujemy dla przeciwprądu, a „plus” dla współprądu.

1.5.2 Parametry bezwymiarowe

$$\Phi = \frac{t_{1d} - t_{1w}}{t_{1d} - t_{2d}} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_{max}} \quad (1.5.5)$$

$$P = \frac{t_{2w} - t_{2d}}{t_{1d} - t_{2d}} = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_{max}} \quad (1.5.6)$$

$$R = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{\dot{W}_2}{\dot{W}_1} \quad (1.5.7)$$

$$S = \frac{kA}{\dot{W}_1} \quad (1.5.8)$$

Dla współprądu:

$$P = \frac{1 - \exp[-S(1 + 1/R)]}{1 + R} \quad (1.5.9)$$

Dla przeciwprądu:

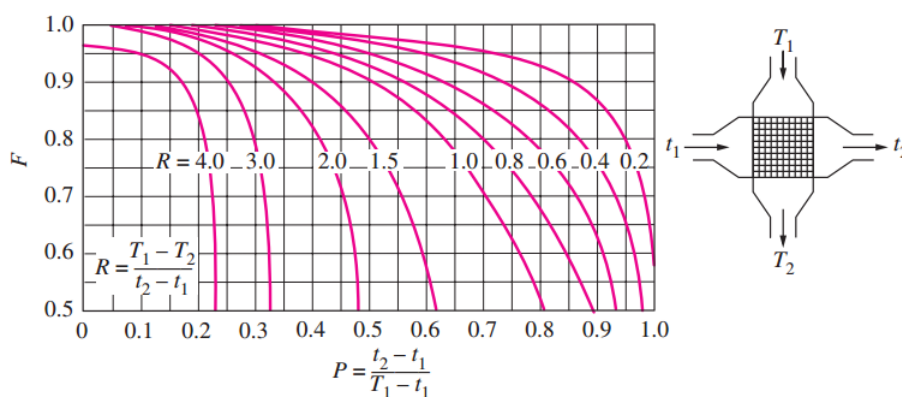
$$P = \frac{1 - \exp[-S(1 - 1/R)]}{R - \exp[-S(1 - 1/R)]} \quad (1.5.10)$$

1.5.3 Przepływ krzyżowoprądowy

Dla wymienników o przepływie krzyżowoprądowym, moc cieplną wymiennika oblicza się z następującego wzoru

$$\dot{Q} = kA\Delta t_{mp}F \quad (1.5.11)$$

gdzie Δt_{mp} to średnia logarytmiczna różnica temperatur dla przeciwprądu, F współczynnik korekcyjny.



Rys. 1.7. Wartości współczynnika korekcyjnego F do obliczania wymienników ciepła krzyżowoprądowych o niemieszających się strumieniach [1]

1.5.4 Metoda ε -NTU

Stosunek pojemności cieplnych \dot{W}^*

$$\dot{W}^* = \frac{\dot{W}_{min}}{\dot{W}_{max}} \quad (1.5.12)$$

gdzie \dot{W}_{min} i \dot{W}_{max} to mniejsza i większa wartość z pojemności cieplnych \dot{W}_1 i \dot{W}_2 . Wartość $\dot{W}^* = 0$ odpowiada skraplaczowi lub parowaczowi.

Efektywność wymiennika ciepła

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} \quad (1.5.13)$$

gdzie \dot{Q} to rzeczywisty strumień ciepła w wymienniku, \dot{Q}_{max} maksymalny możliwy strumień ciepła dla przepływu przeciwno-prądowego

$$\dot{Q}_{max} = \dot{W}_{min} (T_{1d} - T_{2d}) \quad (1.5.14)$$

Liczba NTU (number of transfer units)

$$NTU = \frac{k A}{\dot{W}_{min}} \quad (1.5.15)$$

Efektywność dla przeciwno-prądu

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1 - \dot{W}^*)]}{1 - \dot{W}^* \exp[-NTU(1 - \dot{W}^*)]} \quad (1.5.16)$$

Efektywność dla współprądu

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1 + \dot{W}^*)]}{1 + \dot{W}^*} \quad (1.5.17)$$

Efektywność dla przeciwno-prądu dla $\dot{W}^* = 1$

$$\varepsilon = \frac{NTU}{1 + NTU} \quad (1.5.18)$$

Efektywność dla współprądu dla $\dot{W}^* = 1$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (1 - e^{-2NTU}) \quad (1.5.19)$$

Efektywność dla przeciwno-prądu i współprądu dla $\dot{W}^* = 0$ (parowanie lub kondensacja)

$$\varepsilon = 1 - e^{-NTU} \quad (1.5.20)$$

Dla bardziej skomplikowanych przypadków wartości ε odczytuje się z wykresów typu $\varepsilon = f(\dot{W}^*, NTU)$.

1.6 Konwekcja wymuszona - opływ ciał

Jeżeli nie podano inaczej, właściwości termofizyczne czynników roboczych, potrzebne do obliczenia liczb kryterialnych, dobierane są z tablic dla temperatury średniej w warstwie przyściennej:

$$T_{sr} = \frac{T_{wsr} + T_{fsr}}{2} \quad (1.6.1)$$

1.6.1 Opływ walca kołowego

Dane z literatury zostały aproksymowane przez Churchilla i Bernsteina dla $Re Pr > 0,2$ [1]

$$Nu = 0,3 + \frac{0,62Re^{1/2}Pr^{1/3}}{\left[1 + (0,4Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \quad (1.6.2)$$

Zależność (1.6.2) jest ważna dla prostopadłego opływu walca ($\varphi = 90^\circ$). Dla kątów natarcia strugi w zakresie $\varphi = 30 \div 90$, wynik należy przemnożyć przez poprawkę ε_φ

$$\varepsilon_\varphi = 1 - 0,54\cos^2\varphi \quad (1.6.3)$$

1.6.2 Opływ kuli

Dla opływu kuli Whitaker [1] rekomenduje wzór

$$Nu = 2 + \left(0,4Re^{1/2} + 0,06Re^{2/3}\right) Pr^{0,4} \left(\frac{\mu_f}{\mu_w}\right)^{1/4} \quad (1.6.4)$$








który jest ważny dla $3,5 \leq Re \leq 80000$ i $0,7 \leq Pr \leq 380$. W równaniu (1.6.4) parametry płynu wyznaczone są w temperaturze T_f .

1.6.3 Opływ cylindrów o różnym kształcie

Równanie na liczbę Nusselta dla opływu walców może być ogólnie zapisane jako

$$Nu = CRe^a Pr^{1/3} \quad (1.6.5)$$

gdzie stałe C i a odczytuje się z rys. 1.8.

Cross-section of the cylinder	Fluid	Range of Re	Nusselt number
	Gas or liquid	0,4–4 4–40 40–4000 4000–40,000 40,000–400,000	$Nu = 0,989Re^{0,330} Pr^{1/3}$ $Nu = 0,911Re^{0,385} Pr^{1/3}$ $Nu = 0,683Re^{0,466} Pr^{1/3}$ $Nu = 0,193Re^{0,618} Pr^{1/3}$ $Nu = 0,027Re^{0,805} Pr^{1/3}$
	Gas	5000–100,000	$Nu = 0,102Re^{0,675} Pr^{1/3}$
	Gas	5000–100,000	$Nu = 0,246Re^{0,588} Pr^{1/3}$
	Gas	5000–100,000	$Nu = 0,153Re^{0,638} Pr^{1/3}$
	Gas	5000–19,500 19,500–100,000	$Nu = 0,160Re^{0,638} Pr^{1/3}$ $Nu = 0,0385Re^{0,782} Pr^{1/3}$
	Gas	4000–15,000	$Nu = 0,228Re^{0,731} Pr^{1/3}$
	Gas	2500–15,000	$Nu = 0,248Re^{0,612} Pr^{1/3}$

Rys. 1.8. Zależności kryterialne na liczbę Nusselta Nu dla opływu cylindrów [1]

Uwaga: wzory (1.6.2) i (1.6.4) dają dokładniejsze wyniki niż (1.6.5).

1.6.4 Opływ pęczka rur

Średnica zewnętrzna rurek jest wymiarem charakterystycznym. Liczba Reynoldsa jest zdefiniowana przy użyciu prędkości maksymalnej (dla przekroju minimalnego między rurkami).

$$Re_D = \frac{wD\rho}{\mu} \quad (1.6.6)$$

Zukauskas [1] zaproponował następującą zależność

$$Nu = CRe_D^m Pr^n \left(\frac{Pr}{Pr_w} \right)^{0,25} \quad (1.6.7)$$

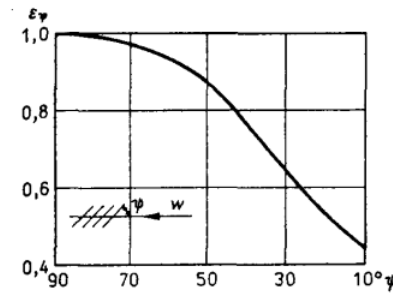
Stałe we wzorze (1.6.7) dobiera się z rys. 1.9 dla $0,7 < Pr < 500$. Właściwości płynu dobierane są dla średniej temperatury płynu

$$T_{sr} = \frac{T_p + T_k}{2} \quad (1.6.8)$$

Arrangement	Range of Re_D	Correlation
In-line	0–100	$Nu_D = 0.9 Re_D^{0.4} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
	100–1000	$Nu_D = 0.52 Re_D^{0.5} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
	1000– 2×10^5	$Nu_D = 0.27 Re_D^{0.63} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
	2×10^5 – 2×10^6	$Nu_D = 0.033 Re_D^{0.8} Pr^{0.4} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
Staggered	0–500	$Nu_D = 1.04 Re_D^{0.4} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
	500–1000	$Nu_D = 0.71 Re_D^{0.5} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
	1000– 2×10^5	$Nu_D = 0.35 (S_T/S_L)^{0.2} Re_D^{0.6} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
	2×10^5 – 2×10^6	$Nu_D = 0.031 (S_T/S_L)^{0.2} Re_D^{0.8} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$

Rys. 1.9. Zależności kryterialne na liczbę Nusselta Nu dla opływu pęczka rur [1] (*in-line* - układ korytarzowy, *staggered* - układ szachownicowy)

Jeżeli kąt napływu strugi na pęczek rur jest inny od 90° , należy przemnożyć wynik otrzymany z równania (1.6.7) przez poprawkę ε_φ , której wartość odczytuje się z rys. 1.10.



Rys. 1.10. Wartość poprawki ε_φ dla opływu pęczka rur [6]

Zależność (1.6.7) jest ważna dla liczby rzędów rur $N_L \geq 16$. Dla układów o mniejszej liczbie rzędów rur należy zastosować poprawkę ε_N

$$Nu_{DN} = Nu_D \varepsilon_N \quad (1.6.9)$$

Jej wartość odczytuje się z rys. 1.11.

N_L	1	2	3	4	5	7	10	13
In-line	0.70	0.80	0.86	0.90	0.93	0.96	0.98	0.99
Staggered	0.64	0.76	0.84	0.89	0.93	0.96	0.98	0.99

Rys. 1.11. Wartość poprawki ε_N dla pęczków rur o liczbie rzędów rur $N_L < 16$ [1] (*in-line* - układ korytarzowy, *staggered* - układ szachownicowy)

1.7 Konwekcja wymuszona - przepływ w kanałach

Jeżeli nie podano inaczej, właściwości termofizyczne czynników roboczych, potrzebne do obliczenia liczb kryterialnych, dobierane są z tablic dla temperatury średniej płynu.

1.7.1 Przepływ laminarny w rurze

Dla w pełni rozwiniętego przepływu laminarnego Sieder i Tate podali następującą zależność [6]

$$Nu = 1,86 (Re Pr)^{1/3} \left(\frac{d}{L}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0,14} \quad (1.7.1)$$

Zależność ta jest ważna dla $0,48 < Pr < 16700$, $0,0044 < \frac{\mu}{\mu_w} < 9,75$,
 $\left(\frac{Re Pr}{L/d}\right)^{1/2} \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0,14} > 2$.

1.7.2 Przepływ turbulentny w rurze

Liczbę Nusselta oblicza się z równania Dittusa-Boeltera [1]

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^n \quad (1.7.2)$$

gdzie dla przypadku grzania $n = 0,4$ i dla przypadku chłodzenia $n = 0,3$. Zależność jest ważna dla $Re > 10^4$ i $0,7 \leq Pr \leq 160$. Równanie (1.7.2) daje błąd nawet do 25%. Żeby uzyskać dokładniejsze wyniki ($\approx 10\%$) stosuje się równanie Gnielinskiego [1]

$$Nu = \frac{(f/8)(Re - 1000)Pr}{1 + 12,7(f/8)^{0,5}(Pr^{2/3} - 1)} \quad (1.7.3)$$

gdzie współczynnik f obliczany jest jako

$$f = (0,79 \ln Re - 1,64)^{-2} \quad (1.7.4)$$

Równanie (1.7.3) jest ważne dla $0,5 \leq Pr \leq 2000$ i $3 \times 10^3 \leq Re \leq 5 \times 10^6$.

1.7.3 Średnica ekwiwalentna

Dla przepływów przez kanały o przekroju niekołowym, wymiarem charakterystycznym jest średnica ekwiwalentna (hydrauliczna)

$$d_e = \frac{4A}{U} \quad (1.7.5)$$

Do wzoru (1.7.5) należy wstawiać pole przekroju A i obwód U , które są zwilżane przez płyn.

1.7.4 Przepływ w szczelinie pierścieniowej

Dla $12000 < Re < 220000$ i $D_z/D_w = 1,65 \div 17$ można stosować dla dowolnego płynu następującą zależność [2]

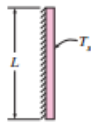
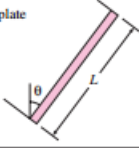

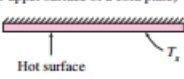
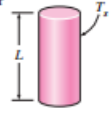
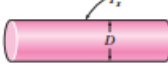
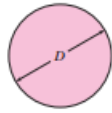
$$Nu = 0,02Re^{0,8}Pr^{1/3}\varepsilon_D \quad (1.7.6)$$

Dla powierzchni zewnętrznej $\varepsilon_D = 1$, dla wewnętrznej

$$\varepsilon_D = 0,87 \left(\frac{D_z}{D_w} \right)^{0,53} \quad (1.7.7)$$

1.8 Konwekcja naturalna

Wszystkie właściwości płynu są określone dla średniej temperatury warstwy przyściennej.

Geometry	length L_c	Range of Ra	Nu
Vertical plate 	L	10^4-10^9 10^9-10^{13} Entire range	$Nu = 0.59Ra_L^{1/4}$ (9-19) $Nu = 0.1Ra_L^{1/3}$ (9-20) $Nu = \left[0.825 + \frac{0.387Ra_L^{1/4}}{[1 + (0.492/Pr)^{1/4}]^{1/4}} \right]^2$ (9-21) (complex but more accurate)
Inclined plate 	L		Use vertical plate equations for the upper surface of a cold plate and the lower surface of a hot plate Replace g by $g \cos \theta$ for $Ra < 10^9$
Horizontal plate (Surface area A and perimeter p) (a) Upper surface of a hot plate (or lower surface of a cold plate)  (b) Lower surface of a hot plate (or upper surface of a cold plate) 	A_s/p	10^4-10^7 10^7-10^{11} 10^5-10^{11}	$Nu = 0.54Ra_L^{1/4}$ (9-22) $Nu = 0.15Ra_L^{1/3}$ (9-23) $Nu = 0.27Ra_L^{1/4}$ (9-24)
Vertical cylinder 	L		A vertical cylinder can be treated as a vertical plate when $D \geq \frac{35L}{Gr_L^{1/4}}$
Horizontal cylinder 	D	$Ra_D \leq 10^{12}$	$Nu = \left[0.6 + \frac{0.387Ra_D^{1/4}}{[1 + (0.559/Pr)^{1/4}]^{1/4}} \right]^2$ (9-25)
Sphere 	D	$Ra_D \leq 10^{11}$ $(Pr \geq 0.7)$	$Nu = 2 + \frac{0.589Ra_D^{1/4}}{[1 + (0.469/Pr)^{1/4}]^{1/4}}$ (9-26)

Rys. 1.12. Wzory kryterialne na liczbę Nusselta dla konwekcji swobodnej dla najczęstszych przypadków [1]

1.9 Konwekcja przy zmianie fazy

to be continued ...

Rozdział 2

Podstawy termodynamiki

Rozdział 3

Teoria maszyn cieplnych / Termodynamika

Prezentowany w tym rozdziale materiał został opracowany na podstawie [5].

3.1 Gazy wilgotne

3.1.1 Podstawowe pojęcia

Gazem wilgotnym nazywamy mieszaninę gazu suchego w ilości m_g z parą w ilości m_p (np. wodną).

$$m = m_g + m_p \quad (3.1.1)$$

Najważniejsze gazy wilgotne to powietrze oraz spaliny. Dla niedużych ciśnień (np. ciśnienia atmosferycznego) obowiązuje prawo Daltona, zgodnie z którym ciśnienie gazu wilgotnego p jest sumą ciśnienia składnikowego (parcjalnego) gazu suchego p_g i pary p_p

$$p = p_g + p_p \quad (3.1.2)$$

W danej temperaturze T maksymalne ciśnienie jakie może osiągnąć para jest równe ciśnieniu nasycenia p_s

$$p_{pmax} = p_s \quad (3.1.3)$$

Innymi słowy gdy $p_p = p_s$, dyfuzja pary do gazu ustaje i aby zwiększyć p_p należy zwiększyć temperaturę. Wzór (3.1.3) obowiązuje w przypadkach gdy ciśnienie gazu nie jest bardzo wysokie \rightarrow sprawdź „efekt Poyntinga”. Dla wysokich ciśnień maksymalne możliwe ciśnienie pary jest wyższe niż p_s . Dodatkowo należy pamiętać, że ciśnienie nasycenia rośnie z temperaturą. Jeżeli temperaturze gazu odpowiada $p_s > p$ to wtedy

$$p_{pmax} = p \quad (3.1.4)$$

Wilgotnością bezwzględną gazu (wilgocią) ρ_p nazywamy gęstość pary wodnej, czyli

$$\rho_p = \frac{m_p}{V} \quad (3.1.5)$$

gdzie V oznacza objętość gazu wilgotnego. Wilgoć możemy obliczyć stosując równanie Clapeyrona dla pary

$$\rho_p = \frac{p_p}{R_p T} \quad (3.1.6)$$

gdzie R_p to indywidualna stała gazowa pary (dla pary wodnej $R_p = 461,5 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$), T temperatura gazu wilgotnego. Z równania (3.1.6) wynika, że maksymalna wilgoć występuje dla ciśnienia pary równemu ciśnieniu nasycenia

$$\rho_{pmax} = \rho_p'' = \frac{p_s}{R_p T} \quad (3.1.7)$$

Wilgotnością względną nazywamy stosunek rzeczywistej wilgoci w temperaturze T do wilgoci maksymalnej jaką można osiągnąć w tej temperaturze

$$\varphi = \left(\frac{\rho_p}{\rho_p''} \right)_T = \left(\frac{p_p}{p_s} \right)_T \quad (3.1.8)$$

Stopniem zawilżenia X gazu wilgotnego nazywamy stosunek masy pary do masy gazu suchego

$$X = \frac{m_p}{m_g} = \frac{M_p}{M_g} \frac{\varphi p_s}{p - \varphi p_s} \quad (3.1.9)$$

Dla powietrza wilgotnego $\frac{M_p}{M_g} = \frac{18,016}{28,96} \approx 0,622$ i wtedy

$$X = 0,622 \frac{\varphi p_s}{p - \varphi p_s} \quad (3.1.10)$$

Używając definicji X możemy zapisać masę gazu wilgotnego m jako

$$m = m_g(1 + X) \quad (3.1.11)$$

Dla niedużych ciśnień równanie Clapeyrona możemy zapisać dla: samego gazu suchego, dla samej pary lub dla gazu wilgotnego (mieszanki). Dla ostatniego przypadku mamy wzór

$$pV = mRT \quad (3.1.12)$$

We wzorze (3.1.12) R oznacza zastępczą indywidualną stałą gazową gazu wilgotnego, którą obliczamy jako

$$R = \frac{R_g + X R_p}{1 + X} \quad (3.1.13)$$

Dla powietrza wilgotnego $R_g = 287,1 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$ i wtedy wzór (3.1.13) przyjmuje postać

$$R = \frac{0,622 + X}{1 + X} R_p \quad (3.1.14)$$

Gęstość gazu wilgotnego obliczamy jako sumę gęstości gazu suchego i pary pod ich ciśnieniami składnikowymi

$$\rho = (\rho_g)_{T,p_g} + (\rho_p)_{T,p_p} \quad (3.1.15)$$

Obliczając $(\rho_g)_{T,p_g}$ i $(\rho_p)_{T,p_p}$ z równania Clapeyrona i podstawiając do (3.1.15) otrzymamy

$$\rho = \frac{p_g}{R_g T} + \frac{p_p}{R_p T} = \frac{p_g}{R_g T} \left(1 + \frac{p_p V R_g T}{R_p T p_g V} \right) = \frac{p_g}{R_g T} (1 + X) \quad (3.1.16)$$

W przemianach gazu wilgotnego (oprócz mieszania) masa gazu suchego pozostaje taka sama, natomiast może zmieniać się masa pary. Dlatego wszystkie wielkości dla gazu wilgotnego odniesione są do kilograma gazu suchego. Na przykład jednostką entalpii właściwej dla gazu wilgotnego jest $\frac{\text{J}}{\text{kg gazu suchego}}$. W bilansach energetycznych bierze się pod uwagę tylko masę gazu suchego, a entalpię oblicza się dla $(1 + X)$ kg powietrza wilgotnego (czyli ilości gazu wilgotnego zawierająca jednostkę ilości gazu suchego). Entalpia gazu wilgotnego zdefiniowana jest więc następująco

$$i_{1+X} = i_g + X i_p \quad (3.1.17)$$

W obliczeniach zwykle stosujemy jednak wzór

$$i_{1+X} = c_{pg}t + X (r_0 + c_{pp}t) \quad (3.1.18)$$

gdzie c_{pg} i c_{pp} oznaczają odpowiednio ciepła właściwe przy stałym ciśnieniu dla gazu suchego i pary, natomiast t to temperatura w stopniach Celsjusza. Dla powietrza wilgotnego: $c_{pg} = 1005 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$, $c_{pp} = 1860 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$, $r_0 = 2501 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$.

Jeśli gaz jest zamglony ($X > X''$), przy obliczaniu entalpii gazu wilgotnego należy dodatkowo uwzględnić entalpię kropeł cieczy

$$i_{1+X} = i_{1+X''} + (X - X'')c_{pw}t = c_{pg}t + X''(r_0 + c_{pp}t) + (X - X'')c_{pw}t \quad (3.1.19)$$

gdzie $i_{1+X''}$ i X'' to entalpia właściwa i stopień zawilżenia gazu zawierającego suchą parę nasyconą (czyli dla $\varphi = 100\%$). X'' to inaczej maksymalna zawartość pary wodnej suchej w danej temperaturze. Dla powietrza zamglonego wodą $c_{pw} = 4190 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$. Entalpię gazu wilgotnego zawierającego m_g kg gazu suchego obliczamy jako

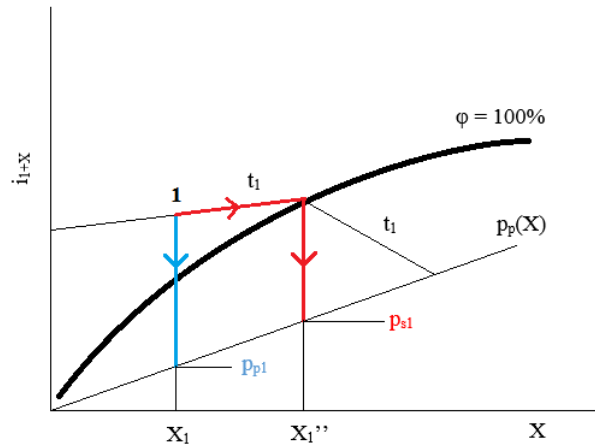
$$I = m_g i_{1+X} \quad (3.1.20)$$

Energię wewnętrzną gazu wilgotnego oblicza się jako

$$u_{1+X} = i_{1+X} - pv(1 + X) \quad (3.1.21)$$

gdzie v to objętość właściwa gazu wilgotnego.

3.1.2 Wykres Moliera $i-X$



Rys. 3.1. Wyznaczanie ciśnienia składnikowego p_p i nasycenia p_s pary na wykresie $i-X$

3.1.3 Przemiany gazu wilgotnego

Suszenie

Celem suszenia jest usunięcie wilgoci z materiału suszonego poprzez przepuszczenie przez niego w komorze suszenia gazu o jak najmniejszej wilgotności. W celu zmniejszenia wilgotności gaz jest najpierw podgrzewany. W podejściu inżynierskim, proces suszenia uważa się jako proces mieszania gazu wilgotnego (suszącego) z wodą ciekłą pochodzącą z materiału suszonego. Podobnie więc jak przy nawilżaniu, punkt określający stan gazu wilgotnego przesuwa się wzdłuż linii prostej, której nachylenie opisane jest jako

$$\frac{\Delta i}{\Delta X} = c_{pw}t \quad (3.1.22)$$

Prosta o pochyleniu (3.1.22) prawie pokrywa się z linią $i = idem$ dlatego proces suszenia uważa się jako izentalpowy. Ciepło doprowadzone w suszarni

$$Q_{1-2} = m_g (i_{(1+X)2} - i_{(1+X)1}) = m_g (i_{(1+X)3} - i_{(1+X)1}) \quad (3.1.23)$$

Ilość odparowanej wilgoci

$$m_w = m_g (X_3 - X_2) = m_g (X_3 - X_1) \quad (3.1.24)$$

Jednostkowe ciepło doprowadzone w suszarni (na 1 kg odparowanej wilgoci)

$$q = \frac{Q_{1-2}}{m_w} = \frac{i_{(1+X)3} - i_{(1+X)1}}{X_3 - X_1} = \frac{\Delta i_{1-3}}{\Delta X_{1-3}} \quad (3.1.25)$$

Ciepło jednostkowe można wyznaczyć za pomocą podziałki kierunkowej na wykresie $i - X$. W przypadku występowania strat ciepła w suszarni q_{str} , należy je dodać do wyniku uzyskanego ze wzoru (3.1.25)

3.2 Spalanie

Paliwa składają się z substancji palnej (węgiel, wodór, siarka) i balastu (popiół i wilgoć dla paliw stałych i ciekłych oraz azot dwutlenek węgla i para wodna dla paliw gazowych). Substraty (powietrze + paliwo) oznaczamy znakiem *prim* ('), produkty (spaliny gazowe, produkty stałe i ciekłe) oznaczamy znakiem *bis* ("). Spalanie jest niezupełne jeżeli w produktach obecne są gazy palne (CO , H_2 , CH_4). Spalanie jest niecałkowite jeżeli w produktach znajdują się stałe składniki palne.

3.2.1 Skład paliw gazowych

Skład paliw gazowych określa się za pomocą udziałów molowych składników w gazie suchym i oznacza symbolami chemicznymi (np. H_2 , CO , C_mH_n , ...). Jednostką paliwa gazowego jest 1 kmol gazu suchego.

Ilość węgla C

$$n'_C = CO + CH_4 + mC_mH_n + CO_2 \frac{\text{kmol}}{\text{kmol gazu suchego paliwa}} \quad (3.2.1)$$

Ilość wodoru H_2

$$n'_{H_2} = H_2 + 2CH_4 + \frac{1}{2}nC_mH_n \frac{\text{kmol}}{\text{kmol gazu suchego paliwa}} \quad (3.2.2)$$

Ilość tlenu O_2

$$n'_{O_2} = \frac{1}{2}CO + CO_2 + O_2 \frac{\text{kmol}}{\text{kmol gazu suchego paliwa}} \quad (3.2.3)$$

Ilość azotu N_2

$$n'_{N_2} = N_2 \frac{\text{kmol}}{\text{kmol gazu suchego paliwa}} \quad (3.2.4)$$

Ilość wilgoci w gazie

$$n'_{H_2O} = X_{zg} \quad (3.2.5)$$

gdzie X_{zg} to molowy stopień zawilżenia gazu

$$X_{zg} = \frac{p_p}{p - p_p} \quad (3.2.6)$$

gdzie p_p to ciśnienie cząstkowe pary, p ciśnienie gazu.

3.2.2 Skład paliw stałych

Skład paliw stałych określa się za pomocą udziałów masowych oznaczonych małymi literami: c - węgiel, h - wodór, s - siarka, o - tlen, n - azot, w - wilgoć, p - popiół. Czasem siarkę dołącza się do węgla jeśli jej ilość jest niewielka. Jednostką paliwa stałego jest 1 kg paliwa mokrego.

Ilość węgla C

$$n'_C = \frac{c}{12} \frac{\text{kmol}}{\text{kg}} \quad (3.2.7)$$

Ilość siarki S

$$n'_S = \frac{s}{32} \frac{\text{kmol}}{\text{kg}} \quad (3.2.8)$$

Ilość wodoru H_2

$$n'_{H_2} = \frac{h}{2} \frac{\text{kmol}}{\text{kg}} \quad (3.2.9)$$

Ilość tlenu O_2

$$n'_{O_2} = \frac{o}{32} \frac{\text{kmol}}{\text{kg}} \quad (3.2.10)$$

Ilość azotu N_2

$$n'_{N_2} = \frac{n}{28} \frac{\text{kmol}}{\text{kg}} \quad (3.2.11)$$

Ilość wilgoci w gazie

$$n'_{H_2O} = \frac{w}{18} \frac{\text{kmol}}{\text{kg}} \quad (3.2.12)$$

3.2.3 Ilość utleniacza przy spalaniu zupełnym i całkowitym

Teoretyczna ilość tlenu

$$n_{O_2 \min} = n'_C + n'_S + \frac{1}{2} n'_{H_2} - n'_{O_2} \text{ kmol/j.p.} \quad (3.2.13)$$

gdzie j.p. oznacza $\frac{\text{kmol}}{\text{kmol gazu suchego paliwa}}$ lub $\frac{\text{kmol}}{\text{kg}}$ w zależności od rodzaju paliwa.
Teoretyczna ilość utleniacza

$$n_{a \min} = \frac{n_{O_2 \min}}{z_{O_2}} \text{ kmol/j.p.} \quad (3.2.14)$$

gdzie z_{O_2} to udział molowy tlenu. Dla powietrza atmosferycznego $z_{O_2} = 0,21$.

Stosunek nadmiaru powietrza

$$\lambda = \frac{n'_a}{n_{a \min}} \quad (3.2.15)$$

gdzie n'_a to rzeczywista ilość powietrza użyta przy spalaniu.

3.2.4 Skład spalin przy spalaniu zupełnym i całkowitym

Ilość dwutlenku węgla CO_2

$$n''_{CO_2} = n'_C \frac{\text{kmol}}{\text{j.p.}} \quad (3.2.16)$$

Ilość dwutlenku siarki SO_2

$$n''_{SO_2} = n'_S \frac{\text{kmol}}{\text{j.p.}} \quad (3.2.17)$$

Ilość azotu N_2

$$n''_{N_2} = n'_{N_2} + z_{N_2} n'_a \frac{\text{kmol}}{\text{j.p.}} \quad (3.2.18)$$

gdzie z_{N_2} to udział molowy azotu w utleniaczu. Dla powietrza atmosferycznego $z_{N_2} = 0,79$.

Ilość tlenu O_2

$$n''_{O_2} = z_{O_2} n'_a - n_{O_2 \text{ min}} = z_{O_2} (\lambda - 1) n_{a \text{ min}} \frac{\text{kmol}}{\text{j.p.}} \quad (3.2.19)$$

Ilość wilgoci

$$n''_{H_2O} = n'_{H_2} + n'_{H_2O} + X_{za} n'_a \frac{\text{kmol}}{\text{j.p.}} \quad (3.2.20)$$

gdzie X_{za} to molowy stopień zawilżenia powietrza użytego do spalania. Jednostkowa ilość spalin suchych n''_{ss}

$$n''_{ss} = n''_{CO_2} + n''_{SO_2} + n''_{N_2} + n''_{O_2} \frac{\text{kmol}}{\text{j.p.}} \quad (3.2.21)$$

Udziały molowe składników spalin suchych

$$[CO_2] = \frac{n''_{CO_2}}{n''_{ss}}, \quad [SO_2] = \frac{n''_{SO_2}}{n''_{ss}}, \quad [N_2] = \frac{n''_{N_2}}{n''_{ss}}, \quad [O_2] = \frac{n''_{O_2}}{n''_{ss}}, \quad (3.2.22)$$

Molowy stopień zawilżenia spalin

$$[H_2O] = X''_z = \frac{n''_{H_2O}}{n''_{ss}} \quad (3.2.23)$$

Teoretyczny udział molowy dwutlenku węgla $[CO_2]$

$$k_{max} = \left(\frac{n''_{CO_2}}{n''_{ss}} \right)_{\lambda=1} \quad (3.2.24)$$

3.2.5 Spalanie niezupełne i niecałkowite

Bilans węgla: *węgiel w paliwie = węgiel w spalinach i popiele*

$$n'_C = n''_{ss} ([CO_2] + [CO]) + \frac{1}{12P} (G_z c_z + G_u c_u) \text{ kmol/j.p.} \quad (3.2.25)$$

gdzie P to zużycie paliwa, G_z , G_u ilość żużla i pyłu powstałego z ilości P paliwa, c_z , c_u udział masowy węgla w żużlu i pyle.

Bilans siarki: *siarka w paliwie = siarka w spalinach i popiele*

$$n'_S = n''_{ss} [SO_2] + \frac{1}{32P} (G_z s_z + G_u s_u) \text{ kmol/j.p.} \quad (3.2.26)$$

gdzie s_z , s_u to udział masowy siarki w żużlu i pyle.

Bilans azotu: *azot w paliwie i powietrzu = azot w spalinach*

$$n'_{N_2} + z_{N_2} n'_a = n''_{ss} [N_2] \text{ kmol/j.p.} \quad (3.2.27)$$

Bilans wodoru: *wodór w paliwie, wilgoci paliwa i powietrza = wodór w wilgoci w spalinach*

$$n'_{H_2} + n'_{H_2O} + X_{za} n'_a = n''_{H_2O} \text{ kmol/j.p.} \quad (3.2.28)$$

Bilans tlenu: *tlenu w paliwie, powietrzu i wilgoci = tlenu w CO₂, CO, SO₂ i postaci wolnej*

$$n'_{O_2} + \frac{1}{2} n'_{H_2O} + z_{O_2} n'_a + \frac{1}{2} X_{za} n'_a = \frac{1}{2} n''_{H_2O} + n''_{ss} \left([CO_2] + \frac{1}{2} [CO] + [SO_2] + [O_2] \right) \text{ kmol/j.p.} \quad (3.2.29)$$

Różnica bilansu tlenu i wodoru

$$n'_{O_2} - \frac{1}{2} n'_{H_2} + z_{O_2} n'_a = n''_{ss} \left([CO_2] + \frac{1}{2} [CO] + [SO_2] + [O_2] \right) \text{ kmol/j.p.} \quad (3.2.30)$$

3.3 Przepływy gazów

3.3.1 Założenia, prędkość średnia, równanie ciągłości

Teoria przepływów oparta jest na następujących założeniach:

- przepływ jest jednowymiarowy
- w dowolnym przekroju wektory prędkości są jednakowe i są do siebie równoległe
- w dowolnym przekroju temperatura w każdym punkcie ma taką samą wartość
- zbieżność kanału jest niewielka
- w równaniach używana jest prędkość średnia (masowa, objętościowa lub impulsowa)

Prędkość średnia masowa w_m

$$\dot{m} w_m^2 = \int_A \rho w^3 dA \quad (3.3.1)$$

Prędkość średnia objętościowa w'_m

$$A w'_m = \int_A w dA \quad (3.3.2)$$

Prędkość średnia impulsowa w''_m

$$\dot{m} w''_m = \int_A \rho w^2 dA \quad (3.3.3)$$

gdzie A to pole przekroju kanału.

Równanie ciągłości strugi zdefiniowane jest następująco

$$\dot{m} = \rho_1 A_1 w_1 = \rho_2 A_2 w_2 = \text{const} \quad (3.3.4)$$

3.3.2 Równanie energii

Dla dowolnych dwóch przekrojów 1 i 2 można napisać bilans energii

$$i_1 + \frac{w_1^2}{2} + q_{1-2} = i_2 + \frac{w_2^2}{2} \quad (3.3.5)$$

gdzie i to entalpia czynnika, w prędkość czynnika, q_{1-2} ciepło doprowadzone z zewnątrz pomiędzy przekrojami 1 i 2. Przepływy w dyszach często rozpatruje się jako adiabatyczny i wtedy $q_{1-2} = 0$ i równanie (3.3.5) przechodzi do prostej postaci

$$i_1 + \frac{w_1^2}{2} = i_2 + \frac{w_2^2}{2} \quad (3.3.6)$$

Z równania (3.3.6) (lub (3.3.6)) można wyznaczyć prędkość strugi w przekroju 2

$$w_2 = \sqrt{2 \left(i_1 - i_2 + \frac{w_1^2}{2} \right)} \quad (3.3.7)$$

Po wprowadzeniu entalpii spoczynkowej (entalpia spiętrzenia)

$$i_0 = i + \frac{w^2}{2} \quad (3.3.8)$$

Równanie (3.3.7) zapisujemy jako

$$w_2 = \sqrt{2(i_0 - i_2)} = \sqrt{2c_p(T_0 - T_2)} = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa - 1} R(T_0 - T_2)} \quad (3.3.9)$$

gdzie c_p ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu, T temperatura, κ wykładnik adiabaty, R indywidualna stała gazowa czynnika. Jeśli dodatkowo założy się (w pierwszym przybliżeniu), że przemiana 1 – 2 jest izentropowa (przepływ odbywa się bez tarcia), możemy napisać

$$w_2 = w_{2s} = \sqrt{2c_p(T_0 - T_s)} = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]} \quad (3.3.10)$$

Równanie (3.3.10) nazywamy **wzorem de Saint Venanta**. W rzeczywistości przepływy gazów odbywają się z tarciami i parametry w przekroju 2 należy obliczać z równania politropy, gdzie wykładnik politropy $m < \kappa$. W praktyce jednak, w celu obliczenia prędkości rzeczywistej w przekroju 2 (w_2) korzysta się ze współczynnika stosunku prędkości φ , który jest miarą strat występujących podczas przepływu

$$\varphi = \frac{w_2}{w_{2s}} \quad (3.3.11)$$

Wprowadzając pojęcie definicji dyszy η_d

$$\eta_d = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_{2s}} \quad (3.3.12)$$

można otrzymać zależność

$$\varphi = \sqrt{\eta_d} \quad (3.3.13)$$

Dla dysz Bendemanna $\varphi = 0,94 \div 0,98$, dla dysz de Lavalą $\varphi = 0,92 \div 0,95$.

3.3.3 Wzory do obliczeń dysz

Strumień masy przepływający przez dyszę

$$\dot{m} = \varphi A_2 \psi_2 \sqrt{\frac{p_0}{v_0}} = \varphi A_2 \psi_2 \frac{p_0}{\sqrt{RT_0}} \quad (3.3.14)$$

gdzie ψ to tzw. funkcja przepływu, która w przekroju 2 ma wartość

$$\psi_2 = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{2}{\kappa}} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]} \quad (3.3.15)$$

Maksymalna wartość funkcji przepływu występuje dla krytycznego stosunku ciśnień β_{kr} związanego z najmniejszym przekrojem kanału. Krytyczny stosunek ciśnień obliczamy ze wzoru

$$\beta_{kr} = \frac{p_{kr}}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (3.3.16)$$

Ponadto dla krytycznego stosunku ciśnień występuje maksymalny strumień masy możliwy do przepuszczenia przez dyszę (tzw. przepustowość dyszy). Oznacza to, że ciśnienie krytyczne p_{kr} wystąpi w dyszy tylko dla przypadku maksymalnego strumienia masy czynnika i w jej najmniejszym przekroju. Dalsze obniżanie ciśnienia za dyszą do $p < p_{kr}$ nie wpływa na strumień masy, który pozostaje stały i równy \dot{m}_{max} .

$$\dot{m}_{max} = \varphi A_{min} \psi_{max} \sqrt{\frac{p_0}{v_0}} \quad (3.3.17)$$

gdzie ψ_{max}

$$\psi_{max} = \psi(\beta_{kr}) = \sqrt{\kappa \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} \quad (3.3.18)$$

Wynika stąd, że w dyszy Bendemanna w przekroju wylotowym (najmniejszym) najniższe możliwe ciśnienie jakie można uzyskać to $p = p_{kr} = \beta_{kr} p_0$. Jeśli czynnik w dyszy trzeba rozprężyć do ciśnienia $p < p_{kr}$ konieczne jest użycie dyszy zbieżno-rozbieżnej, czyli dyszy de Laval'a. Jeśli $\beta \leq \beta_{kr}$ w najmniejszym przekroju dyszy wystąpią tzw. parametry krytyczne (dla przepływu adiabatycznego beztarciowego).

Temperatura krytyczna

$$T_{kr} = T_0 \frac{2}{\kappa+1} \quad (3.3.19)$$

Objętość właściwa krytyczna

$$v_{kr} = v_0 \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \quad (3.3.20)$$

Prędkość dźwięku

$$a = \sqrt{\kappa RT} \quad (3.3.21)$$

Prędkość krytyczna (prędkość równa lokalnej prędkości dźwięku)

$$w_{kr} = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa + 1} p_0 v_0} = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa + 1} RT_0} \quad (3.3.22)$$

Liczba Macha

$$Ma = \frac{w}{a} \quad (3.3.23)$$

Wnioski końcowe:

1. Jeżeli $0 \leq \frac{p_2}{p_0} \leq \beta_{kr}$ (gdzie p_2 to ciśnienie za dyszą) to prędkość w przekroju minimalnym jest równa prędkości krytycznej (3.3.22) a strumień masy jest stały i maksymalny (3.3.17).
2. Jeżeli $\beta_{kr} \leq \frac{p_2}{p_0} \leq 1$ to prędkość i strumień masy obliczamy odpowiednio ze wzorów (3.3.10) i (3.3.14).
3. Jeżeli ciśnienie p_0 jest zmienne i $\frac{p_2}{p_0} \leq \beta_{kr}$ to strumień masy jest proporcjonalny do p_0 .

3.3.4 Zasada zachowania ilości ruchu

Zgodnie z [3] (str. 385): „wypadkowa siła zewnętrzna działająca na masę gazu zawartą w strumieniu między dwoma przekrojami kontrolnymi równa się przyrostowi pędów przenikających wspomniane przekroje”. Jeżeli przez kanał dyszy, której powierzchnie przekroju otworu wlotowego i wylotowego wynoszą odpowiednio A_1 i A_2 , przepływa płyn, którego strumień masy wynosi \dot{m} , a prędkości w przekrojach wlotowym i wylotowym wynoszą odpowiednio w_1 i w_2 , to siłę F oddziałującą na strugę możemy obliczyć jako

$$F = \dot{m}(w_2 - w_1) \quad (3.3.24)$$

Siła F jest wypadkową sił: F_p (siła pochodząca od pobocznic dyszy), $F_1 = p_1 A_1$ i $F_2 = p_2 A_2$ (siły działające na strugę w przekrojach wlotowym i wylotowym)

$$F = F_p + p_1 A_1 - p_2 A_2 \quad (3.3.25)$$

3.4 Sprężarki

3.5 Siłownie parowe

Sprawność kotła (brutto)

$$\eta_k = \frac{\dot{m}_p (i_1 - i_4)}{\dot{P} W_d} \quad (3.5.1)$$

gdzie \dot{m}_p strumień masy pary, i_1 entalpia pary po wyjściu z kotła, i_4 entalpia wody zasilającej, \dot{P} strumień masy paliwa, W_d wartość opałowa paliwa.

Sprawność obiegu Clausiusa-Rankine'a

$$\eta_{CR} = \frac{l_{CR}}{q_d} \approx \frac{i_1 - i_{2s}}{i_1 - i_4} \quad (3.5.2)$$

gdzie l_{CR} praca obiegu Clausiusa-Rankine'a, q_d ciepło dostarczone, i_{2s} entalpia pary po izentropowym rozprężaniu w turbinie.

Sprawność wewnętrzna turbiny (stosunek pracy wewnętrznej l_i do pracy teoretycznej l_{CR})

$$\eta_i = \frac{l_i}{l_{CR}} = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_{2s}} \quad (3.5.3)$$

Sprawność mechaniczna turbiny (stosunek pracy efektywnej (otrzymanej na sprzęgle) l_e do pracy wewnętrznej l_i)

$$\eta_m = \frac{l_e}{l_i} \quad (3.5.4)$$

Sprawność generatora elektrycznego (stosunek wytworzonej mocy elektrycznej N_{el} do mocy efektywnej turbiny N_e)

$$\eta_g = \frac{N_{el}}{N_e} \quad (3.5.5)$$

Sprawność energetyczna obiegu (stosunek mocy wewnętrznej turbiny N_i do strumienia ciepła pobieranego przez czynnik \dot{Q}_d)

$$\eta_{ob} = \frac{N_i}{\dot{Q}_d} = \frac{l_{CR}}{q_d} \frac{l_i}{l_{CR}} = \eta_{CR} \eta_i \quad (3.5.6)$$

Sprawność energetyczna siłowni (stosunek mocy efektywnej turbiny N_e do energii chemicznej spalanego paliwa $\dot{P}W_d$)

$$\eta_{sil} = \frac{N_e}{\dot{P}W_d} = \frac{\dot{m}_p q_d}{\dot{P}W_d} \frac{l_{CR}}{q_d} \frac{l_i}{l_{CR}} \frac{l_e}{l_i} = \eta_k \eta_{CR} \eta_i \eta_m \quad (3.5.7)$$

Moc wewnętrzna pompy

$$N_{ip} = \dot{m} l_{ip} = \dot{m} \frac{(p_4 - p_3) v_3}{\eta_{ip}} \quad (3.5.8)$$

gdzie \dot{m} strumień masy wody przetłaczanej przez pompę, p_3 i p_4 ciśnienie przed i po sprężeniu przez pompę, v_3 objętość właściwa, η_{ip} sprawność wewnętrzna pompy.

Bibliografia

- [1] Y. Cengel: *Heat Transfer: A Practical Approach 2nd Edition*, Mcgraw-Hill, 2002.
- [2] E. Kostowski: *Zbiór zadań z przepływu ciepła*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2006.
- [3] S. Ochęduszek: *Teoria maszyn cieplnych, cz. 1*, Państwowe Wydawnictwa Techniczne, Warszawa 1957.
- [4] B. Staniszewski: *Wymiana ciepła*, PWN, Warszawa 1980.
- [5] J. Szargut: *Termodynamika techniczna*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2011.
- [6] S. Wiśniewski, T. S. Wiśniewski: *Wymiana ciepła*, WNT, Warszawa 2000.