

## Przenoszenie ciepła

### Lista nr 3

#### PODSTAWOWE PRAWA I WZORY

- 1) Równanie przewodzenia ciepła dla płaskiej nieograniczonej płyty z wewnętrznymi źródłami ciepła

$$\frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{\dot{q}_v}{\lambda} = 0 \quad (1)$$

gdzie:

$\dot{q}_v$  gęstość strumienia ciepła wewnętrznych źródeł ciepła, W/m<sup>3</sup>

$t$  temperatura, °C

$\lambda$  współczynnik przewodzenia ciepła płyty, W/(m K)

$x$  współrzędna wzdłuż grubości płyty, m

- 2) Rozwiązanie ogólne równania (1) dla  $\dot{q}_v = idem$ ,  $\lambda = idem$

$$t(x) = -\frac{\dot{q}_v}{2\lambda} x^2 + C_1 x + C_2 \quad (2)$$

- 3) Rozwiązanie szczególne (1) dla warunków brzegowych I rodzaju (dane  $t_{w1}$  i  $t_{w2}$ )

$$t(x) = -\frac{\dot{q}_v}{2\lambda} x^2 + \left( \frac{t_{w2} - t_{w1}}{\delta} + \frac{\dot{q}_v \delta}{2\lambda} \right) x + t_{w1} \quad (3)$$

gdzie:

$\delta$  grubość płyty, m

- 4) Równanie przewodzenia ciepła dla walca o promieniu  $R$  z wewnętrznymi źródłami ciepła

$$\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt}{dr} + \frac{\dot{q}_v}{\lambda} = 0 \quad (4)$$

gdzie:

$r$  współrzędna wzdłuż promienia walca, m

- 5) Rozwiązanie ogólne (4) dla walca niedrażonego (np. drut)

$$t(r) = C - \frac{\dot{q}_v r^2}{4\lambda} \quad (5)$$

- 6) Rozwiązanie (5) dla warunku brzegowego: dla  $r = R \Rightarrow t(r) = t_w$

$$t(r) = t_w + \frac{\dot{q}_v R^2}{4\lambda} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (6)$$

- 7) Rozwiązanie ogólne (4) dla walca drażonego (np. rura)

$$t(r) = -\frac{\dot{q}_v r^2}{4\lambda} + C_1 \ln r + C_2 \quad (7)$$

- 8) Dla warunku brzegowego III rodzaju dla ściany płaskiej (dany współczynnik wnikania ciepła  $\alpha$  i temperatura płynu  $t_{ot}$ ) temperatura  $t_w$  wynika z bilansu

$$A\delta\dot{q}_v = \alpha A(t_w - t_{ot}) \quad (7)$$

i wynosi

$$t_w = t_{ot} + \frac{\dot{q}_v \delta}{\alpha} \quad (8)$$

- 9) Dla warunku brzegowego III rodzaju dla rury (dany współczynnik wnikania ciepła  $\alpha$  i temperatura płynu  $t_{ot}$ ) temperatura  $t_w$  wynika z bilansu

$$\pi R^2 \dot{q}_v = 2\pi R \alpha (t_w - t_{ot}) \quad (7)$$

i wynosi

$$t_w = t_{ot} + \frac{\dot{q}_v R}{2\alpha} \quad (8)$$

## ZADANIA

**1. (1,5 punktu)** W płycie o grubości  $\delta = 4$  mm wykonanej z materiału o współczynniku przewodzenia ciepła  $\lambda = 30$  W/(m K) działają równomiernie rozmieszczone źródła ciepła o wydajności  $q_v = 6 \cdot 10^7$  W/m<sup>3</sup>. Temperatury powierzchni płyty wynoszą  $T_{w1} = 403$  K,  $T_{w2} = 411$  K. Określić położenie i wartość maksymalnej temperatury  $T_{max}$  płyty, a także gęstość strumienia ciepła  $q_1$ ,  $q_2$  na powierzchniach płyty.  **Odp:  $x_0 = 0,003$  m,  $T_{max} = 412$  K,  $q_1 = 1,8 \cdot 10^5$  W/m<sup>2</sup>,  $q_2 = 6 \cdot 10^4$  W/m<sup>2</sup>.**

**2. (1,5 punktu)** Wewnątrz jednorodnej płyty o grubości 10 mm następuje równomierne wydzielanie ciepła z wydajnością  $q_v = 10^3$  kW/m<sup>3</sup>. Wykreślić rozkład temperatury w przekroju poprzecznym płyty oraz wyznaczyć punkt, w którym temperatura płyty osiągnie wartość maksymalną oraz jej wartość, jeżeli temperatura jednej z powierzchni płyty jest równa 30° C, a drugiej 40° C. Przyjąć współczynnik przewodzenia ciepła materiału płyty  $\lambda = 2$  W/(m K).

**3. (2 punkty)** Element paliwowy reaktora jądrowego ma kształt płaskiej płyty o grubości  $\delta = 20$  mm, dla której współczynnik przewodzenia ciepła wynosi  $\lambda = 18$  W/(m K). Wyznaczyć maksymalną temperaturę paliwa  $T_{max}$ , jeżeli gęstość mocy cieplnej  $q_v = 90$  MW/m<sup>3</sup> oraz: a) temperatury zewnętrznych powierzchni elementu mają wartość  $T_{w1} = 1773$  K,  $T_{w2} = 2273$  K, b) ciepło od elementu paliwowego odbiera przepływający z obu stron gaz o średniej temperaturze  $T_2 = 873$  K przy współczynniku przejmowania ciepła  $\alpha = 800$  W/(m<sup>2</sup> K).  **Odp: a)  $T_{max} = 2335,2$  K, w odległości  $x_0 = 15$  mm od powierzchni o niższej temperaturze, b)  $T_{max} = 2248$  K (w osi płyty).**

**4. (1,5 punktu)** Element paliwowy reaktora jądrowego ma kształt płaskiej płyty o grubości  $\delta = 10$  mm. Współczynnik przewodzenia ciepła materiału płyty wynosi  $\lambda = 15$  W/(m K). Wyznaczyć maksymalną temperaturę płyty, gdy temperatury powierzchni wynoszą odpowiednio  $T_{w1} = 1800$  °C i  $T_{w2} = 2500$  °C, a gęstość mocy cieplnej  $q_v = 10^9$  W/m<sup>3</sup>.

**5. (2 punkty)** Grzałka elektryczna wykonana z drutu CrNi o średnicy  $d = 2$  mm i długości  $L = 15$  m jest omywana strumieniem powietrza o temperaturze  $T_0 = 293$  K. Określić gęstość liniową  $q_L$  strumienia ciepła odbieranego od grzałki, a także temperaturę w osi drutu  $T_{max}$  i na jego powierzchni  $T_{w0}$ , jeżeli natężenie prądu przepływającego przez grzałkę wynosi  $I = 20$  A.

Opór właściwy CrNi  $\rho = 1,1 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$ , współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha = 45,5 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ , współczynnik przewodzenia ciepła  $15 \text{ W}/(\text{m K})$ . **Odp:  $q_L = 140 \text{ W}/\text{m}$ ,  $T_{\text{max}} = 783,65 \text{ K}$ .**

**6. (2,5 punktu)** Długi cylinder o średnicach  $d_w/d_z = 200/400 \text{ mm}$  jest chłodzony w taki sposób, że temperatura wewnętrznej ścianki cylindra jest równa  $T_{w1} = 303 \text{ K}$ , a ścianki zewnętrznej  $T_{w2} = 323 \text{ K}$ . Wyznaczyć rozkład temperatury oraz położenie i wartość maksymalnej temperatury w ściance zakładając, że gęstość mocy cieplnej wewnętrznych źródeł ciepła wynosi  $q_v = 4 \cdot 10^5 \text{ W}/\text{m}^3$ , a współczynnik przewodzenia ciepła materiału cylindra  $\lambda = 50 \text{ W}/(\text{m K})$ . **Odp:  $r_x = 0,17 \text{ m}$ ,  $T_{\text{max}} = 326,4 \text{ K}$ .**

**7. (2,5 punktu)** Stalowa rura ( $\lambda = 21 \text{ W}/(\text{m K})$ ) o średnicach  $d_w/d_z = 9,8/10 \text{ mm}$  i długości  $L = 200 \text{ mm}$  została włączona do sieci elektrycznej. Obliczyć spadek temperatury  $\Delta T$  na ściankach rury oraz natężenie prądu  $I$  przy założeniu, że cały strumień ciepła  $Q = 10 \text{ kW}$  jest odprowadzony tylko przez powierzchnię zewnętrzną rurki. Opór właściwy stali  $\rho = 0,85 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$ .

**Odp:  $\Delta T = 3,8 \text{ K}$ ,  $I = 427,7 \text{ A}$ .**

**8. (2,5 punktu)** Stalowa rura o wymiarach  $d_w/d_z = 7/8 \text{ mm}$  ogrzewana jest prądem elektrycznym poprzez bezpośrednie włączenie jej do sieci. Całe wydzielone ciepło w ścianie rurki jest przewodzone przez wewnętrzną powierzchnię. Obliczyć objętościową wydajność źródeł ciepła i spadek temperatury w ścianie rury, jeżeli płynie przez nią prąd  $I = 300 \text{ A}$ ,  $\rho = 0,8 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ ,  $\lambda = 20 \text{ W}/(\text{m K})$ .